

**ГЛАВА 2.**  
**Методический анализ результатов ЕГЭ**  
**по Математике (профильный уровень)**

**РАЗДЕЛ 1. ХАРАКТЕРИСТИКА УЧАСТНИКОВ ЕГЭ**  
**ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ**

**1.1. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за 3 года)**

*Таблица 2-1*

2022 г.		2023 г.		2024 г.	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
2122	46,64	2058	45,86	2034	46,82

**1.2. Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ (за 3 года)**

*Таблица 2-2*

Пол	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	881	41,52	838	40,72	834	41,00
Мужской	1241	58,48	1220	59,28	1200	59,00

**1.3. Количество участников экзамена в регионе по категориям (за 3 года)**

*Таблица 2-3*

Категория участия	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
ВТГ, обучающихся по программам СОО	2122	100	2058	100	2026	99,61
ВТГ, обучающихся по программам СПО					7	0,34

ВПЛ						
-----	--	--	--	--	--	--

#### 1.4. Количество участников экзамена в регионе по типам ОО

Таблица 2-4

№ п/п	Категория участника	2022 г.		2023 г.		2024 г.	
		чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
1	Гимназия	352	16,59	308	14,97	305	15
2	Лицей	278	13,1	277	13,46	259	12,73
3	Открытая (сменная) общеобразовательная школа	6	0,28	4	0,19	3	0,15
4	Средняя общеобразовательная школа	1402	66,07	1364	66,28	1370	67,35
5	Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением отдельных предметов	84	3,96	105	5,1	89	4,38

#### 1.5. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету по АТЕ региона

Таблица 2-5

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников ЕГЭ по учебному предмету	% от общего числа участников в регионе
1	Воловский район	13	0,64
2	г. Елец	163	8,01
3	г. Липецк	1147	56,39
4	Грязинский район	76	3,74
5	Данковский район	61	3,00
6	Добринский район	45	2,21
7	Добровский район	39	1,92
8	Долгоруковский район	19	0,93
9	Елецкий район	36	1,77

10	Задонский район	49	2,41
11	Измалковский район	14	0,69
12	Краснинский район	24	1,18
13	Лебедянский район	51	2,51
14	Лев-Толстовский район	25	1,23
15	Липецкий район	77	3,79
16	Становлянский район	23	1,13
17	Тербунский район	27	1,33
18	Усманский район	58	2,85
19	Хлевенский район	32	1,57
20	Чаплыгинский район	55	2,70

### **1.6. Прочие характеристики участников экзаменационной кампании (при наличии)**

### **1.7. ВЫВОДЫ о характере изменения количества участников ЕГЭ по учебному предмету**

Количество обучающихся, сдающих математику на профильном уровне в 2024 году, незначительно возросло по сравнению с 2022 и 2023 годами. ЕГЭ по профильной математике сдавало чуть меньше половины выпускников – 46,82%. Выбор одного из вариантов сдачи экзамена по математике – на профильном или базовом уровне – связан с дальнейшей профессиональной траекторией школьников. Те, кто планирует поступать на технические, инженерные, экономические, IT направления, сдают ЕГЭ по профильной математике, остальные, в своем большинстве, предпочитают сдавать базовую математику. В гендерном разрезе количество девушек, выбравших экзамен по профильной математике, оказалось на 18% меньше, чем юношей. Причем гендерный состав достаточно стабилен на протяжении трех лет.

Сравнивая количество участников экзамена в регионе по типам ОО можно отметить, что количество сдающих математику на профильном уровне среди выпускников общеобразовательных школ возрастает, тогда как среди выпускников лицеев уменьшается, а среди выпускников гимназий остается практически неизменным по сравнению с 2023 годом – 14,97% в 2023 и 15% в 2024 году – и уменьшается по сравнению с 2022 годом. Выпускники СПО в этом году составили всего 0,34% от общего количества выпускников, что связано с их возможностью поступать в высшие

учебные заведения по внутренним экзаменам, а тем, кто решил завершить обучение, ЕГЭ не нужен. В силу демографической ситуации в регионе больше половины участников экзамена – выпускники школ г. Липецка.

Остальные показатели достаточно стабильны в процентном соотношении на протяжении трех лет. Но, судя по количеству участников ЕГЭ по профильной математике, наметилась четкая тенденция – профильную математику сдают в основном только те ребята, которые нацелены на обучение по соответствующим направлениям в вузе, остальные выпускники для получения аттестата сдают базовую математику. Скорее всего, эта тенденция сохранится и в будущем.

## РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЕГЭ ПО ПРЕДМЕТУ

### 2.1. Диаграмма распределения тестовых баллов участников ЕГЭ по предмету в 2024 г. (количество участников, получивших тот или иной тестовый балл)



## 2.2. Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

Таблица 2-6

№ п/п	Участников, набравших балл	Год проведения ГИА		
		2022 г.	2023 г.	2024 г.
1	ниже минимального балла, %	0,14	2,47	4,28
2	от минимального балла до 60 баллов, %	38,74	41,84	30,04
3	от 61 до 80 баллов, %	54,9	50,97	47,64
4	от 81 до 100 баллов, %	6,22	4,71	18,04
5	Средний тестовый балл	61,55	59,15	64,65

## 2.3. Результаты ЕГЭ по учебному предмету по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки

### 2.3.1. в разрезе категорий участников ЕГЭ

Таблица 2-7

№ п/п	Категории участников	Доля участников, у которых полученный тестовый балл			
		ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1.	ВТГ, обучающиеся по программам СОО	4,2	30,11	47,63	18,07
2.	ВТГ, обучающиеся по программам СПО	28,57	14,29	57,14	0
3.	ВПЛ				
4.	Участники экзамена с ОВЗ	0	34,38	50	15,63

### 2.3.2. в разрезе типа ОО

Таблица 2-8

№ п/п	Тип ОО	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1	Гимназия	305	3,28	19,02	50,16	27,54

2	Иное	7	28,57	14,29	57,14	0
3	Лицей	259	3,09	32,05	42,47	22,39
4	Открытая (сменная) общеобразовательная школа	3	66,67	33,33	0	0
5	Средняя общеобразовательная школа	1371	4,6	31,66	48,36	15,39
6	Средняя общеобразовательная школа с углубленным изучением отдельных предметов	89	2,25	38,2	43,82	15,73

### 2.3.3. юношей и девушек

Таблица 2-9

№ п/п	Пол	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1	женский	834	3,6	30,22	47,12	19,06
2	мужской	1200	4,75	29,92	48	17,33

### 2.3.4. в сравнении по АТЕ

Таблица 2-10

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1	Воловский район	13	0	46,15	53,85	0
2	г. Елец	163	0	20,86	55,21	23,93
3	г. Липецк	1147	4,53	30,69	44,55	20,23
4	Грязинский район	76	2,63	26,32	59,21	11,84

№ п/п	Наименование АТЕ	Количество участников, чел.	Доля участников, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
5	Данковский район	61	4,92	26,23	44,26	24,59
6	Добринский район	45	8,89	35,56	44,44	11,11
7	Добровский район	39	10,26	46,15	38,46	5,13
8	Долгоруковский район	19	10,53	21,05	68,42	0
9	Елецкий район	36	0	25	55,56	19,44
10	Задонский район	49	4,08	28,57	42,86	24,49
11	Измалковский район	14	0	7,14	78,57	14,29
12	Краснинский район	24	4,17	25	37,5	33,33
13	Лебедянский район	51	1,96	27,45	52,94	17,65
14	Лев-Толстовский район	25	4	12	72	12
15	Липецкий район	77	5,19	33,77	49,35	11,69
16	Становлянский район	23	0	34,78	60,87	4,35
17	Тербунский район	27	0	37,04	48,15	14,81
18	Усманский район	58	10,34	51,72	36,21	1,72
19	Хлевенский район	32	3,13	34,38	56,25	6,25
20	Чаплыгинский район	55	7,27	23,64	56,36	12,73

## 2.4. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие и низкие результаты ЕГЭ по предмету

### 2.4.1. Перечень ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ЕГЭ по предмету

Таблица 2-11

№	Наименование ОО	Количество	Доля ВТГ, получивших тестовый балл
---	-----------------	------------	------------------------------------

п/п		ВТГ, чел.	от 81 до 100 баллов	от 61 до 80 баллов	от минимального балла до 60 баллов	ниже минимального
1	МБОУ "Гимназия № 64" города Липецка	28	53,57	32,14	14,29	0
2	ЧОУ "Школа "Интеграл"	25	52	24	24	0
3	МБОУ гимназия №19 им. Н.З Поповичевой г.Липецка	28	50	46,43	3,57	0
4	МБОУ СШ №23 г.Ельца	15	40	60	0	0
5	МАОУ СОШ №20 г.Липецка	45	40	46,67	13,33	0
6	МБОУ СОШ с. Красное	20	40	45	15	0
7	МАОУ СШ №59 "Перспектива" г.Липецка	23	39,13	52,17	8,7	0
8	МАОУ СШ № 60 г. Липецка	13	38,46	30,77	30,77	0
9	МБОУ "Лицей № 1" п. Добринка	11	36,36	45,45	18,18	0
10	МБОУ лицей №4 г. Данкова	26	34,62	46,15	19,23	0
11	МАОУ гимназия №69 г. Липецка	29	34,48	62,07	3,45	0
12	МБОУ СОШ №77 г.Липецка	34	32,35	55,88	11,76	0
13	МБОУ "Лицей №5 г. Ельца"	35	31,43	51,43	17,14	0
14	МБОУ "Гимназия № 11 г. Ельца"	27	29,63	62,96	7,41	0
15	МБОУ СОШ №24 им. М.Б.Раковского г.Липецка	14	28,57	50	21,43	0

#### 2.4.2. Перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ЕГЭ по предмету

Таблица 2-12

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
1	МБОУ СШ №61 г.Липецка	23	17,39	43,48	39,13	0
2	МБОУ СОШ №50 г.Липецка	13	15,38	30,77	46,15	7,69
3	МБОУ "Гимназия №1" г.Липецка	34	14,71	26,47	23,53	35,29
4	МБОУ лицей № 6 г. Данкова	21	14,29	38,1	33,33	14,29
5	МБОУ СШ №70 г.Липецка	22	13,64	45,45	31,82	9,09
6	МБОУ СШ №42 г.Липецка	23	13,04	47,83	26,09	13,04
7	МБОУ "СМШ №65 "Спектр"" г.Липецка	18	11,11	38,89	50	0
8	МБОУ СШ №14 г.Липецка	19	10,53	47,37	42,11	0

№ п/п	Наименование ОО	Количество ВТГ, чел.	Доля ВТГ, получивших тестовый балл			
			ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов
9	МБОУ СОШ №4 г.Усмани	20	10	45	45	0
10	Кадетская школа Липецкой области	22	9,09	18,18	50	22,73
11	ЧОУ Православная гимназия им. прп. Амвросия Оптинского Липецкой Епархии	11	9,09	27,27	54,55	9,09
12	МБОУ "Школа № 6" г.Липецка	11	9,09	36,36	54,55	0
13	МАОУ СШ №55 г.Липецка "Лингвист"	23	8,7	47,83	30,43	13,04
14	МБОУ СОШ №3 г.Лебедянь	13	7,69	23,08	61,54	7,69

## 2.5. ВЫВОДЫ о характере изменения результатов ЕГЭ по предмету

Минимальное количество баллов единого государственного экзамена по математике, подтверждающее освоение выпускником основных общеобразовательных программ среднего общего образования, в 2024 году равнялось 27 (5 первичных баллов).

Динамика результатов ЕГЭ по профильной математике с 2022 по 2024 год показывает, что средний балл вырос до 64,54, причем он выше более чем на 3 балла по сравнению с 2022 годом и на 5,5 баллов, чем в 2023 году. Данные изменения произошли за счет значительного увеличения доли выпускников, получивших на экзамене от 81 до 100 баллов – с 6,22% в 2022 г. и 4,71% в 2023 г. до 18,04% в 2024 году. Причем доля выпускников, получивших от 61 до 80 баллов незначительно уменьшилась – с 50,97% до 47,64%, а вот доля перешагнувших порог, но не получивших более 60 баллов значительно снизилась – с 44,31% до 30,04%. Доля выпускников, не набравших минимальный балл, в 2024 году в основной этап составила 4,28% выпускников.

Сравнительный анализ групп участников в разрезе категорий показал, что уменьшилась доля участников, обучающихся по программам СПО и набравших балл ниже минимального с 55% в 2023 году до 28,57% в 2024, причем возросла доля выпускников СПО, получивших от 61 до 80 баллов с 5% до 57,14%. Лучше справились с заданиями и участники экзамена с ОВЗ – ни один из них не получил балла ниже минимального, а по баллам от 61 до 80 и от 81 до 100 произошел рост до 50% и 15,63% соответственно. Так как процент ВТГ, обучающихся по программам СОО доста-

точно велик в составе выпускников 2024 года, то очевидно, увеличение среднего тестового балла напрямую зависело от их результатов. Особенно обнадеживает увеличение количества выпускников, получивших достаточно высокие баллы – от 81 до 100.

Сравнительный анализ результатов групп участников с учетом типа ОО показывает, что доля участников с высокими баллами присутствует в школах разного типа, кроме ОСОШ. Выпускники ОСОШ в основной массе не преодолели пороговый уровень (66,67%), и лишь 33,33% из них получили проходной балл, впрочем, не превышающий 60 баллов. Стоит отметить, что выпускники, не преодолевшие порог, также присутствуют во всех типах ОО. При этом, выпускники СОШ при получении от 61 до 80 баллов обогнали выпускников СОШ с УИОП, а при получении от 81 до 100 баллов показали практически такой же результат. Самый большой процент высокобалльников (от 81 до 100 баллов) в 2024 году из гимназий (27,54%) и лицеев (22,39%).

Анализ результатов ЕГЭ по профильной математике в сравнении по АТЕ показал, что в 6 районах Липецкой области отсутствуют участники, набравшие тестовый балл ниже минимального, и только в двух районах нет участников, набравших от 81 до 100 баллов (Воловский и Долгоруковский районы). Более того, во всех муниципальных образованиях, за исключением Добровского и Усманского районов, количество участников, набравших более 60 баллов, превышает количество участников, набравших от минимального до 60 баллов.

В 2024 году в перечень ОО, которые продемонстрировали наиболее высокие результаты ЕГЭ по профильной математике вошли: МБОУ «Гимназия № 64 имени В.А. Котельникова» г. Липецка, ЧОУ "Школа "Интеграл", МБОУ гимназия №19 им. Н.З. Поповичевой г. Липецка, МБОУ СШ №23 г. Ельца, МАОУ СОШ № 20 г. Липецка. В перечень ОО, продемонстрировавших низкие результаты ЕГЭ по профильной математике, вошли МБОУ СШ №61 г. Липецка, МБОУ СОШ №50 г. Липецка, МБОУ «Гимназия №1» г. Липецка, МБОУ лицей № 6 г. Данкова, МБОУ «Школа № 6» г. Липецка имени В. Шавкова. Причем состав обеих групп поменялся по сравнению с 2023 годом.

Результаты ЕГЭ в 2024 году лучше результатов прошлых лет. Значительное увеличение среднего тестового балла свидетельствует о более серьезном подходе выпускников к выбору перечня сдаваемых экзаменов. Кроме того, результаты ЕГЭ по профильной математике лучше, несмотря на усложнение КИМ и увеличение количества заданий. Это означает, что ребята лучше и качественнее освоили образовательную программу СОО. Положительная динамика

результатов ЕГЭ по профильной математике связана также с тем, что экзамен по профильной математике осознанно выбирается выпускниками, которым требуется хороший балл для поступления в вузы.

Большое количество курсов повышения квалификации для учителей, проводимых как в очном, так и в дистанционном формате, не только повысило уровень профессиональных компетенций педагогов, но и уровень преподавания ими математики в школе и, соответственно, повлияло на результаты ЕГЭ. Очевидно, что весь накопленный за этот период опыт необходимо использовать и развивать в дальнейшем.

### **Раздел 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ**

#### **3.1. Краткая характеристика КИМ по учебному предмету**

Представленная модель экзаменационной работы по математике сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

В первую часть КИМ включено задание по геометрии (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

Таким образом, в КИМ ЕГЭ 2024 профильного уровня по математике стало 19 заданий. Максимальный первичный балл за выполнение работы увеличен с 31 до 32 баллов.

В отличие от КИМ предыдущих лет появились другие формулировки заданий, без изменения их содержания. Из-за этого требовалось не только глубокое владение теоретическим материалом, но и умение применять имеющиеся знания в новой ситуации, поэтому ни одно из заданий базового уровня не было выполнено на 100% ни в одной группе участников.

Так, в планиметрическом задании 1 в окружность вписывается четырехугольник, а не угол, что заставляет ребят проявить более полные теоретические знания материала.

Задание 2 было новым, но ребята показали достаточный уровень владения материалом и способами решения такого рода заданий.

Включение в задание 7 проверки умений выполнять преобразования тригонометрических выражений также привело к снижению процента его выполнения.

Это же касается и формулировки задания 8, в котором был дан график не функции, а ее производной, что сбило ребят, не обладающих твердыми навыками решения задач с использованием свойств производной функции.

Интересными и достаточно простыми оказались формулировки 9 и 10 задания, что в прочем не сказалось на успешности их выполнения. Стоит заметить, что формулировки отличались от предложенных в демоверсии и означали, что проверяются не навыки решения конкретных видов заданий ЕГЭ, а реальный уровень владения материалом, т.е. по факту – качество освоения образовательной программы.

Задания 11 и 12 были достаточно стандартными, впрочем, как и задания 13-15.

Достаточно легкой для подготовленных обучающихся оказалась экономическая задача 16, в которой прописана довольно прозрачная схема действий по кредиту.

Своеобразными оказались задания 18 и 19 высокого уровня сложности.

В задании 18 пришлось работать с частями графиков парабол и лучами, что привело к неправильному построению чертежей в большинстве работ выпускников, приступивших к решению данного задания. С другой стороны, такая формулировка позволила ребятам, сумевшим верно построить чертеж, достаточно легко провести все остальные рассуждения математически верно.

Решение задания 19 оказалось интуитивно понятным для большинства хорошо подготовленных выпускников. Хотя некоторые баллы смогли получить ребята из всех групп, в том числе и из не преодолевших порогового значения. В 2024 году интуитивно понятное решение требовало очень логически выверенной записи решения, так как грань между обоснованным и необоснованным решением определялась буквально одним-двумя предложениями. Это задание требовало от участников очень четкого понимания перехода от частного случая к общему решению.

Можно сделать вывод, что в целом содержание КИМ 2024 не изменилось (за исключением добавления еще одного задания), однако изменение формулировок условий потребовало от выпускников умения решать задания с выстраиванием алгоритма решения, состоящего из большего количества шагов, ориентироваться на знания из других предметов, а также из различных разделов математики при сохранении основного распределения заданий по тематическим блокам.

Задания КИМ 2024 в большей степени, чем раньше, проверяют сформированность не только предметных, но и метапредметных знаний, умений и навыков.

## 3.2. Анализ выполнения заданий КИМ

### 3.2.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ в 2024 году

#### Основные статистические характеристики выполнения заданий КИМ в 2024 году

Таблица 2-13

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Липецкой области в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Умение оперировать понятиями: плоский угол, площадь фигуры, подобные фигуры; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	Б	83,53	32,18	71,19	90,61	97,55
2	Умение оперировать понятиями: вектор, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, скалярное произведение, угол между векторами	Б	88,05	24,14	77,41	96,28	99,18
3	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, величина угла, плоский угол, двугранный угол, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями, объем фигуры, площадь поверхности; умение использовать геометрические отношения при решении задач; умение вычислять геометрические величины	Б	77,19	14,94	55,48	88,24	98,91

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Липецкой области в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
	(длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии						
4	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность	Б	89,23	65,52	80,03	93,81	98,09
5	Умение оперировать понятиями: случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность с использованием графических методов; применять формулы сложения и умножения вероятностей, формулу полной вероятности, комбинаторные факты и формулы	П	84,37	29,89	69,89	93,6	97
6	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов	Б	97,39	82,76	96,24	98,66	99,46
7	Умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений	Б	65,14	6,9	33,06	78,02	98,37
8	Умение оперировать понятиями: функция, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, производная функции, первообразная; находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функ-	Б	67,16	10,34	44,84	76,37	93,46

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Липецкой области в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки					
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.	
	ций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; находить площади фигур с помощью интеграла							
9	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	70,06	12,64	53,19	78,84	88,56	
10	Умение решать текстовые задачи разных типов, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов	П	77,83	4,6	54,5	90,82	99,73	
11	Умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений	П	89,09	25,29	78,72	97,63	98,91	
12	Умение оперировать понятиями: экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций	П	75,66	6,9	56,14	86,17	96,73	
13	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов	П	52,65	0,57	8,27	69,4	94,69	

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Липецкой области в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
14	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, отрезок, луч, величина угла, плоский угол, двугранный угол, трехгранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями; площадь фигуры, объем фигуры, многогранник, поверхность вращения, площадь поверхности, сечение; умение строить сечение многогранника, изображать многогранники, фигуры и поверхности вращения, их сечения; использовать геометрические отношения при решении задач; находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь, объем, площадь поверхности), используя изученные формулы и методы; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии	П	3,24	0	0,16	0,89	15,35
15	Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов	П	34,17	0	1,47	35,5	93,19
16	Умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный	П	29,3	0	1,88	25,8	91,14

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Липецкой области в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
	результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами						
17	Умение оперировать понятиями: точка, прямая, отрезок, луч, величина угла; умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии, использовать геометрические отношения при решении задач; умение находить и вычислять геометрические величины (длина, угол, площадь), используя изученные формулы и методы	П	6,56	0	0,33	3,23	27,25
18	Умение оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами	В	3,24	0	0	0,13	17,64
19	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую	В	7,08	0,29	1,51	5,5	22,14

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Липецкой области в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
	правильность рассуждений; умение оперировать понятиями: множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, остаток по модулю; умение использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное; умение выбирать подходящий метод для решения задачи						

### Выявление сложных для участников ЕГЭ заданий

- *Заданий базового уровня (с процентом выполнения ниже 50) не выявлено.*

По результатам, приведенным в таблице, стоит отметить, что в целом по Липецкой области со всеми заданиями базового уровня сложности в среднем справилось более 50% выпускников. Это свидетельствует о сформированности на базовом уровне умений решать уравнения и неравенства, строить и исследовать простейшие математические модели, выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, выполнять вычисления и преобразования, выполнять действия с функциями. Следовательно, содержание курса математики на базовом уровне усвоено должным образом практически всеми выпускниками, кроме экзаменуемых, не преодолевших минимальный порог. Даже новое задание на проверку умения работать с векторами имеет достаточно высокий процент выполнения – 88,05% (это третий по счету результат среди заданий базового уровня сложности).

- *Задания повышенного и высокого уровня (с процентом выполнения ниже 15).*

Достаточно хорошо в среднем по региону ребята справились и с заданиями повышенного уровня сложности первой части работы. Процент выполнения этих заданий изменяется от 70,06% (9 задание) до 89,09% (11 задание).

Задания повышенного уровня сложности второй части, относящиеся к геометрическому блоку, традиционно являются одними из самых сложных заданий в КИМ и имеют следующий процент выполнения: 14 задание – 3,24%, 17 задание – 6,56%. Также традиционно низкий процент выполнения имеют задания высокого уровня сложности – с 18 заданием справились 3,24% и с 19 заданием – 7,08% выпускников. Таким образом, наиболее сложными заданиями повышенного и высокого уровня сложности (имеющими процент выполнения меньше 15%) оказались задания 14, 17, 18 и 19.

### **Прочие результаты статистического анализа**

В группе выпускников, не преодолевших минимальный порог, только с двумя заданиями – 4 и 6 справилось более 50% выпускников (65,52% и 82,76% соответственно). Эти задания проверяли: 4 задание – умение строить и исследовать простейшие математические модели (простейшее задание на вероятность) и 6 задание – решать простейшие иррациональные уравнения. В этой группе обучающихся с заданиями 14-18 не справился ни один выпускник. Предельно низкий процент выполнения имеют также задания 13 – 0,57% и 19 – 0,29%.

С простейшим геометрическими заданиями выпускники справились неплохо. С планиметрической задачей и с задачей на действия с векторами справилось более 20% выпускников, не преодолевших минимальный порог, тогда как в остальных группах процент выполнения заданий был выше 70%, 90% и 97% соответственно. С третьей, стереометрической задачей хуже справились группы выпускников, не преодолевших порог, а его преодолевших, но набравших не более 60 баллов. Процент его выполнения в этих группах составил 14,94% и 55,48% соответственно. В двух самых сильных группах этот процент составил 88,24% и 98,91%.

Задания 4 и 5, проверяющие умение подсчитывать вероятность случайных событий, имеют близкий процент выполнения – 89,23% и 84,37% соответственно. Приблизительно одинаковый процент выпускников, получивших от 61 до 80 и от 81 до 100 тестовых баллов, справился с выполнением этих заданий (93,81%, 93,6% и 98,09%, 97% соответственно). А вот в отстающих группах задание 4 выполнено гораздо лучше задания 5, что связано с необходимостью владения более продвинутым теоретическим материалом.

Самый высокий процент выполнения – 97,39% имеет задание 6, направленное на проверку умения решать простейшие уравнения, в частности, иррациональные уравнения. С этим заданием успешно справились выпускники всех групп.

Более низкий процент выполнения имеют задания 7, 9 и 10, направленные на проверку навыков преобразования выражений и вычислительные навыки. Причем самым сложным в этом блоке оказалось задание 7, связанное с преобразованием тригонометрического выражения. Процент его выполнения – 65,14%.

Задания 8 и 11, направленные на проверку умений работать с функциями и их графиками, выпускники выполнили достаточно хорошо. Так, в среднем с ними справились 67,16% и 89,09% выпускников. Причем если процент выполнения этих заданий в группе выпускников, получивших от 81 до 100 баллов, практически одинаковый, то для более слабых групп этот процент сильно отличается в пользу задания 11. Также сложным в блоке заданий, связанных с исследованием функций, оказалось задание, проверяющее умение работать с производными функций. С ним в среднем справилось 75,66% обучающихся, а вот в разбивку по группам – 6,9%, 56,14%, 86,17% и 96,73% соответственно от самой слабой до самой сильной группы.

Заданиями второй части КИМ повышенного и высокого уровня сложности вызвали затруднения у всех выпускников. Самым доступным оказалось задание 13, проверяющее умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов. В 2024 году это было тригонометрическое уравнение, с которым справилось 52,65% выпускников, причем даже в группе обучающихся, не преодолевших порог, есть выпускники, получившие баллы за его решение – 0,57%. Низкий процент выполнения этого задания – 8,27 показали и выпускники, набравшие по результатам ЕГЭ от 27 до 60 баллов.

Выпускники из группы получивших от 81 до 100 баллов очень успешно справились с решением показательного уравнения (задание 15 – 93,19%) и построением и исследованием экономической модели (16 задание – 91,14%). Причем в группе не преодолевших минимальный порог ни один из участников не справился с этим заданием. Меньше 2% выпускников справились с этим заданием и из группы получивших на ЕГЭ от 27 до 60 баллов.

Традиционно низкими оказались результаты выполнения заданий 14 и 17. Процент выполнения стереометрической задачи составил 3,24% и даже среди участников ЕГЭ, набравших свыше 80 баллов, только 15,36% решили эту

задачу. Средний процент выполнения планиметрической задачи – 6,56%, причем среди участников ЕГЭ, набравших свыше 80 баллов, только 27,25% решили эту задачу, что, впрочем, выше результатов 2023 года.

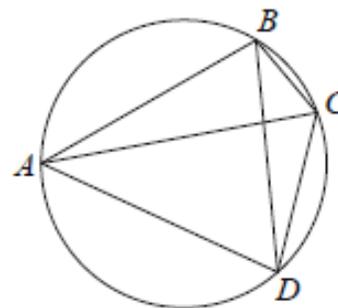
С 18 заданием, в котором необходимо было исследовать систему уравнений с параметром, справилось всего лишь 3,24% обучающихся, причем в двух наиболее слабых группах с ним не справился ни один ученик. Тогда как с 19 заданием справилось 7,98% обучающихся и в каждой группе были школьники, получившие баллы за его выполнение.

В целом по региону тестовый балл возрос, а процент выполнения обучающимися отдельных заданий зависит от многих факторов. Поэтому в одних заданиях он оказался выше, в других ниже по сравнению с 2023 годом.

### 3.2.2. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ

В КИМ ЕГЭ 2024 геометрические задания базового уровня скомпонованы в начале работы. Для их выполнения необходимо знание теоретического материала, формул, пространственное мышление и сформированное умение применять полученные знания к решению задач.

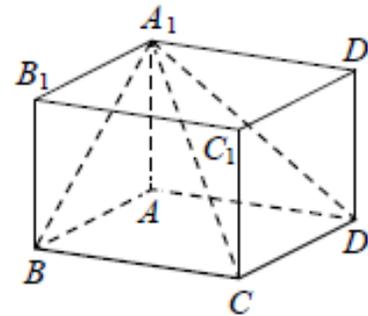
1. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $103^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $42^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



2. Даны векторы  $\vec{a}(2; 0)$  и  $\vec{b}(1; 4)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} + 3\vec{b}$ .

3

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины  $A, B, C, D, A_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 3$ ,  $AD = 9$ ,  $AA_1 = 4$ .



В принципе, выпускники 2024 года продемонстрировали достаточный уровень геометрической культуры и процент выполнения этих заданий оказался не самым низким среди заданий базового уровня сложности. Стоит отметить, что в 2024 году в КИМ ЕГЭ было добавлено задание на действия с векторами, с которым также довольно успешно справились школьники. Так как для решения 1 и 2 задания требовался незначительный теоретический материал, то с ними благополучно справились даже часть ребят, получивших отметку «2», а вот с заданием, 3, в котором было необходимо еще и пространственное мышление, обучающиеся справились хуже. Причем, судя по вееру ответов, часть ребят пыталась решить эти задания наугад, а часть допустила вычислительные ошибки. Здесь стоит отметить, что последнее время уделяется много внимания полноценному освоению школьного курса геометрии. Задания 4 и 5 относятся к такому разделу математики, как теория вероятностей. Причем задание 4 проверяет умения вычислять простейшие вероятности, а для решения задания 5 уже необходимо знание формул сложения и умножения вероятностей, формулы полной вероятности и др. Поэтому и разница в проценте верного выполнения этих заданий не велика. Стоит также отметить, что для решения задания 5 уже необходимо знание алгоритмов решения таких заданий. Незначительный разброс ответов показывает, что часть ребят старалась угадать метод решения этих задач, при этом навыки у таких ребят отсутствуют.

4

В группе туристов 20 человек. С помощью жребия они выбирают семь человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

- 5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

Задание 5 в КИМ присутствует только 3 год. Поэтому для успешного решения заданий этого блока учителям рекомендуется обеспечить знание и понимание формул, а также отработку алгоритмов решения.

Следующий блок заданий – задания, которые при решении сводятся к преобразованию выражений и проведению вычислений:

6 Найдите корень уравнения  $\sqrt{44 - 5x} = 3$ .

7 Найдите значение выражения  $3 \sin \frac{13\pi}{12} \cdot \cos \frac{13\pi}{12}$ .

- 9 Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 90$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 16$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 72 км. Ответ дайте в минутах.

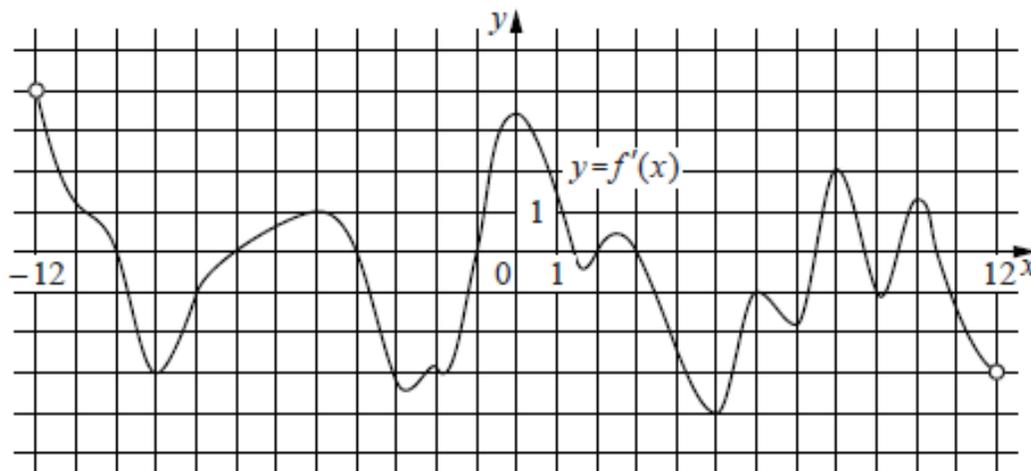
- 10 Юля и Уля, работая вместе, пропалывают грядку за 24 минуты, а одна Уля — за 120 минут. За сколько минут пропалывает эту грядку одна Юля?

Причем до проведения преобразований и вычислений нужно воспользоваться методами решений отдельных видов заданий – уравнений и неравенств, текстовых задач, вычислений по формулам. Очевидно, что для решения части таких задний требуется умение составлять и анализировать составленную математическую модель. Отметим, что с заданием 6 справилось наибольшее количество участников – 97,39%, тогда как 7 задание оказалось самым сложным

среди заданий базового уровня сложности (процент выполнения – 65,14%). Это связано прежде всего с незнанием тригонометрических формул, при том, что необходимая для решения конкретно этого задания формула была в справочных материалах. Это означает, что не на должном уровне сформированы навыки применения формул при решении заданий и проведении вычислений по ним. Отдельные затруднения при решении задания 9 возникли при использовании единиц измерения. В качестве рекомендаций учителям можно посоветовать организовывать на уроках диктанты, направленные на проверку усвоения формул, а также основных методов решения заданий указанной линии. Очевидно, что потребуется время и на отработку навыков решения задач в соответствии с рабочими программами ФГОС.

Задания 8 базового уровня и задания 11 и 12 повышенного уровня сложности относятся к блоку «Функции». В 2024 году на координатной плоскости был построен график производной функции, что только увеличило сложность задания и, соответственно понизило процент выполнения этого задания выпускниками.

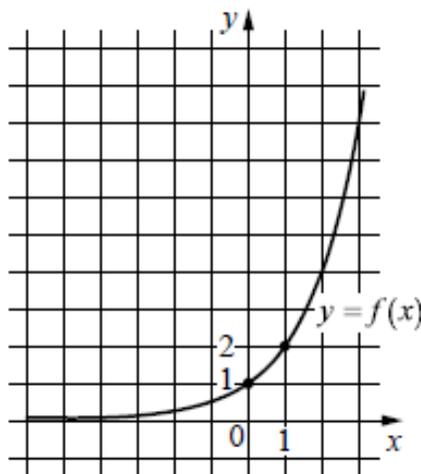
- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-12; 12)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-6; 11]$ .



Вероятно, ответ на задание 8 говорит о несформированности алгоритма решения таких заданий, что и привело к низкому проценту выполнения заданий. С заданием 11, несмотря на то, что оно относится к заданиям с повышенным

уровнем сложности, справилось намного большее количество выпускников – 89,09%. Предложенные школьниками ответы показывают, что у выпускников недостаточно сформированы навыки чтения графиков, а также теоретические знания, позволяющие анализировать свойства функций. Поэтому стоит уделить время контролю усвоения материала, а также решению заданий на готовых чертежах.

- 11** На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(5)$ .



При исследовании функций с использованием производной ребята владели алгоритмом решения, но ошибались как в нахождении производной функции, так и при преобразовании получившегося выражения, так и при решении получившегося уравнения. Тем не менее более простой для школьников алгоритм решения такого рода заданий позволили выпускникам выполнить это задание лучше (75,66%), чем задание 8 (67,16%). Поэтому при изучении свойств производной функции рекомендуется уделять внимание решению заданий на качественные признаки производной.

- 12** Найдите точку максимума функции  $y = 9 \cdot \ln(x - 4) - 9x - 7$ .

Задания 13-19 относились ко второй части, требовали предоставления развернутого решения и проверялись экспертами.

Наиболее типичные ошибки при решении задания 13, с которым справилось в среднем 52,65% выпускников (94,69% в группе школьников, набравших от 81 до 100 баллов), – это неверное использование формулы косинуса двойного угла, формул приведения, ошибки в разложении получившегося выражения на множители, ошибки при решении получившихся тригонометрических уравнений. В пункте б) основной ошибкой являлся необоснованный отбор корней, далее следовали вычислительные ошибки. По результатам выполнения этого задания видно, что с ним успешно справляются наиболее подготовленные выпускники.

**13** а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

NB. a) ~~cos 2x~~  $\cos 2x - \sqrt{2} \sin(x+\pi) - 1 = 0$

$$1 - 2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$$

$$-2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2\sin^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin x (2\sin x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin x = 0$$

Null

$$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

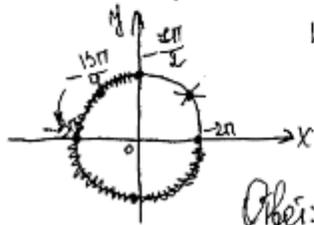
$$2\sin x - \sqrt{2} = 0$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

b)  $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; -2\pi\right]$ .



$$x_1 = -3\pi$$

$$x_2 = -2\pi$$

$$x_3 = -3\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{-12\pi - \pi}{4} = -\frac{13\pi}{4}$$

Antwort: a)  $\pi n$ ;  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ ;  $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$ ;  $n \in \mathbb{Z}$ ; b)  $-3\pi$ ;  $-2\pi$ ;  $-\frac{13\pi}{4}$ .

$$\sqrt{13} \quad a) \cos 2x - \sqrt{2} \sin(x+\pi) - 1 = 0$$

$$\textcircled{2} - 2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0 \quad (f1)$$

$$2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \sin x - \sqrt{2}) = 0$$

$$\sin x = 0$$

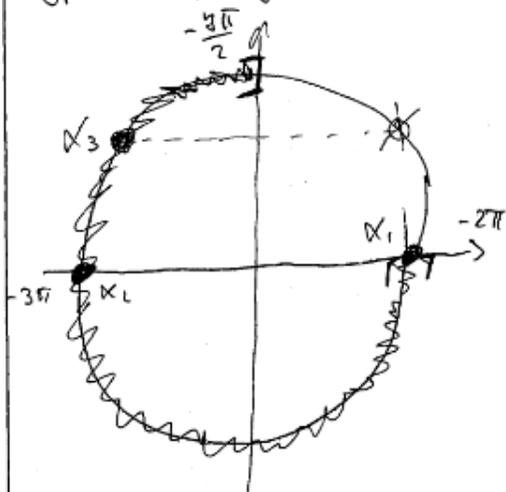
$$x = \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

б) с помощью единичной окружности найдем корни уравнения принадлежащие отрезку  $[-\frac{3\pi}{2}; -2\pi]$



$$x_1 = -2\pi$$

$$x_2 = -2\pi - \pi = -3\pi$$

$$x_3 = -3\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{-13\pi}{4}$$

Ответ: а)  $\pi n; n \in \mathbb{Z}$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5\pi}{4} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$$

б)  $-\frac{13\pi}{4}; -3\pi; -2\pi$

$$a) \cos 2x - \sqrt{2} \sin(x + \pi) - 1 = 0$$

$$\cos 2x + \sqrt{2} \sin x - 1 = 0$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \sqrt{2} \sin x - \cos^2 x - \sin^2 x = 0$$

$$-2\sin^2 x + \sqrt{2} \sin x = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$2\sin^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin x (2 - \sqrt{2} \sin x) = 0.$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n; n \in \mathbb{Z}$$

$$2 - \sqrt{2} \sin x = 0$$

$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

Нет корней.

б) Найдем корни на отрезке  $[-\frac{3\pi}{2}; -2\pi]$   
при помощи единичного метода

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \pi n \leq -2\pi \quad | \cdot 2/\pi$$

$$-7 \leq 2n \leq -4$$

$$-\frac{7}{2} \leq n \leq -2$$

$$\{n \in [-3,5]; -2\}$$

$$n \in \mathbb{Z}$$

$$n = -3$$

$$x = -3\pi$$

$$n = -2$$

$$x = -2\pi$$

Ответ: а)  $\pi n; n \in \mathbb{Z}$

б)  $-3\pi; -2\pi$

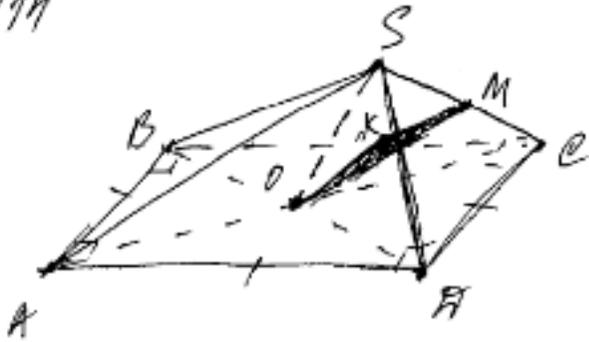
Задание 14 смогли решить лишь 15,35% выпускников, получивших на ЕГЭ от 81 до 100 баллов. Остальные группы обучающихся с этим заданием не справились (от 0% до 0,89% выпускников). Очевидно, что большинство выпускников не обладают необходимым для решения этой стереометрической задачи необходимым уровнем пространственного мышления. Ребята не только не могут проанализировать стереометрическую конструкцию, но и «не видят» ее. Выпускники не привыкли к обоснованному построению чертежа, часто неверно строят сечение или не могут доказать, что построили действительно нужное сечение. Далее не могут обосновать, какой из отрезков является искомым, и, соответственно, не могут найти способ нахождения его длины. Традиционно к этому заданию приступают достаточно хорошо подготовленные выпускники, поэтому можно рекомендовать им при изучении соответствующих тем решать больше заданий на построение чертежей, решать задания по готовым чертежам, и, конечно, при решении данного задания требуется уверенное владение теоретическим материалом.

14

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с основанием  $ABCD$  точка  $O$  — центр основания пирамиды, точка  $M$  — середина ребра  $SC$ , точка  $K$  делит ребро  $BC$  в отношении  $BK : KC = 3 : 1$ , а  $AB = 2$  и  $SO = \sqrt{14}$ .

- а) Докажите, что плоскость  $OMK$  параллельна прямой  $SA$ .
- б) Найдите длину отрезка, по которому плоскость  $OMK$  пересекает грань  $SAD$ .

N14



Дано: правильная 4-угольная пирамида  $SABCD$ ,  
 $O$  - центр основания,  $M$  -  
 середина  $SC$ ,  $\frac{BK}{KC} = \frac{3}{1}$ ,  
 $AB = 2$ ,  $SO = \sqrt{14}$

а) Рассмотрим  $\triangle ASC$  и  $\triangle OMC$

$$SM = MC \text{ (по условию)} \Rightarrow \frac{MC}{SC} = \frac{1}{2}$$

$$OC = OA \text{ (св-во диагонали квадрата)} \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{1}{2}$$

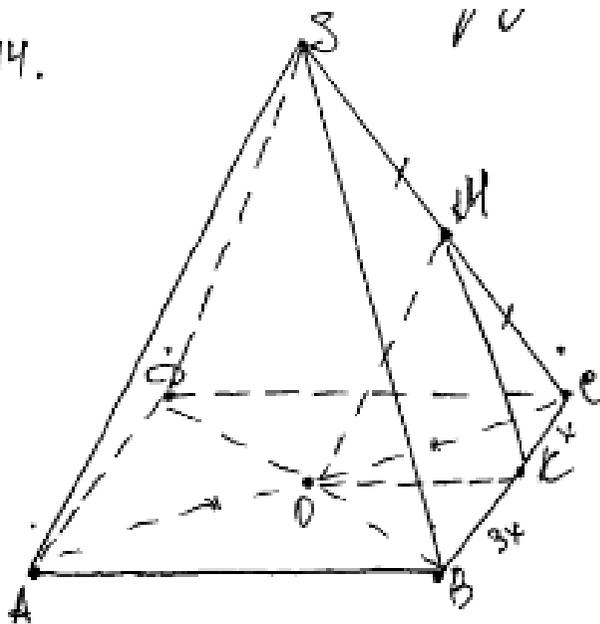
$\angle C$  - общий

Значит  $\triangle ASC \sim \triangle OMC$

По подобию треугольников  $\Rightarrow AS \parallel OM$

---

№14.

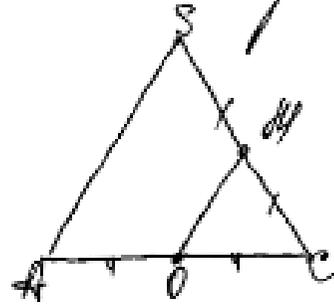


а) Чтобы доказать, что  $(DMK) \parallel SA$ , можно, чтобы прямая, лежащая в этой пл-ти была параллельна SA.

$(DMK)$  пересекает ребро SB.

DM также пересекает пл-ти SAC.

Рассмотрим  $\triangle SAC$ :



т.к. M-середина SC по условию

т.к. в основании пл-ти ребро AC, то т. D - середина основания  $\Rightarrow$  D-середина AC,  $AD = DC$ .

$\left. \begin{array}{l} \text{M-середина SC} \\ \text{D-середина AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{DM-ср. линия } \triangle SAC, \Rightarrow DM \parallel SA$   
 т.к.  $DM \parallel SA$ , и  $DM \in (DMK)$ , то  $(DMK) \parallel SA$ .

В 15 задании ребятам было предложено решить показательное неравенство. С этим заданием справилось 34,17% выпускников, при этом ребята из группы, получивших от 81 до 100 баллов, показали достаточно высокий результат – 93,19%. Основная ошибка при решении данного неравенства – неравносильные преобразования. Ребята не находят

ограничения, при которых решают неравенство, ошибаются при использовании формулы разности квадратов, забывают вернуться к исходной переменной (если выбирают способ подстановки), неверно решают простейшие показательные уравнения или неверно проводят решение получившихся простейших неравенств.

**15** Решите неравенство  $\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$ .

$$N15. \frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

$$3^x = t, t > 0$$

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} \geq \frac{12t + 144}{t^2 - 81}$$

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} - \frac{12t+144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{(t+9)^2 + (t-9)^2 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

$$\frac{t^2 + 18t + 81 + t^2 - 18t + 81 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} \geq 0$$

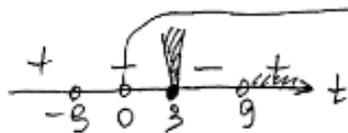
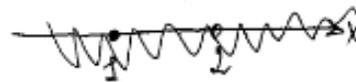
$$\frac{2t^2 - 12t + 18}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

$$\frac{(t-3)^2}{(t-3)(t+3)} \geq 0$$

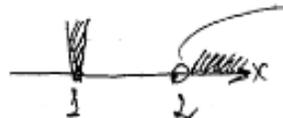


$t > 9$	$3^x > 9$	$x > 2$
$-3 < t \leq 3$	$3 < 3^x \leq 9$	$1 < x \leq 2$

$t > 9$	$3^x > 9$	$x > 2$
$0 < t \leq 3$	$3^x \leq 9$	$x \leq 2$



$t = 3$	$3^x = 3$	$x = 1$
$t > 9$	$3^x > 9$	$x > 2$



Answer:  $\mathbb{R} \setminus \{1\} \cup (2, +\infty)$ .

15)

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

$$\frac{3^x+9}{3^x-9} + \frac{3^x-9}{3^x+9} - \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{\frac{3^{2x}-9^2}{(3^x-9)(3^x+9)}} \geq 0$$

$$\frac{(3^x+9)(3^x+9) + (3^x-9)(3^x-9) - 4 \cdot 3^{x+1} - 144}{(3^x-9)(3^x+9)} \geq 0$$

$$\frac{3^{2x} + 9 \cdot 3^x + 9 \cdot 3^x + 81 + 3^{2x} - 9 \cdot 3^x - 9 \cdot 3^x + 81 - 4 \cdot 3^{x+1} - 144}{(3^x-9)(3^x+9)}$$

$$2 \cdot 3^{2x} - 4 \cdot 3^{x+1} + 18 \geq 0 \quad | :2$$

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+1} + 9 \leq 0$$

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^x \cdot 3^1 + 9 \leq 0$$

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 9 \leq 0$$

$$3^x = t \quad ; \quad t > 0$$

$$t^2 - 6t + 9 \leq 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 9 = 0$$

$$t = \frac{6}{2} = 3$$

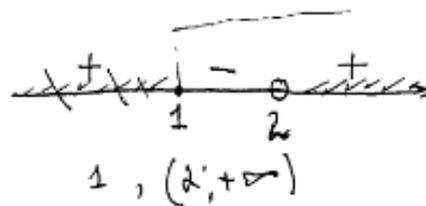
$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

cekung:

$$(3^x-9)(3^x+9) \neq 0$$

$$\begin{cases} 3^x-9 \neq 0 & x \neq 2 \\ 3^x+9 \neq 0 & \emptyset \end{cases}$$



Jawab:  $\{1\}; (2, +\infty)$

$$\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} = \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$$

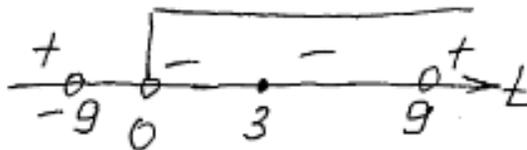
Пусть  $3^x = t, t > 0$

$$\frac{t+9}{t-9} + \frac{t-9}{t+9} = \frac{12t+144}{t^2-81}$$

$$\frac{(t+9)^2 + (t-9)^2 - 12t - 144}{(t-9)(t+9)} = 0$$

$$\frac{2t^2 - 12t + 18}{(t-9)(t+9)} = 0$$

$$\frac{2(t-3)^2}{(t-9)(t+9)} = 0$$



$$\begin{cases} t > 9 \\ t = 3 \end{cases} \begin{cases} 3^x > 9 \\ 3^x = 3 \end{cases} \begin{cases} 3^x > 3^2 \\ 3^x = 3^1 \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ:  $x \in (2; +\infty) \cup \{1\}$

Экономическая задача в этом году оказалась достаточно стандартной, поэтому с ней справились лучше, чем в прошлом году. Средний процент выполнения – 29,3%, а процент выполнения задания математически грамотными выпускниками (набравшими от 81 до 100 баллов) – 91,14%, что гораздо выше результатов 2023 года.

16

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита должна быть на 77 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

К типовым ошибкам можно отнести неверное построение математической модели, а также ошибки при проведении преобразований и вычислений. Очевидно, что для решения задачи требовалось составление двух уравнений, тогда как часть выпускников, не обладающих навыками смыслового чтения, составляло только одно, часто ребята из более слабых групп вообще неверно понимали условия задачи.

№ 16.

Восставил таблицу, где  $S$  - сумма кредита:

№	Сумма	Сумма + %	Выплата	Остаток
1	$S$	$\frac{5}{4}S$	$x$	$\frac{5}{4}S - x$
2	$\frac{5}{4}S - x$	$\frac{5}{4}(\frac{5}{4}S - x)$	$x$	$\frac{5}{4}(\frac{5}{4}S - x) - x$
3	$\frac{5}{4}(\frac{5}{4}S - x) - x$	$\frac{5}{4}(\frac{5}{4}(\frac{5}{4}S - x) - x)$	$x$	0

Пусть  $\frac{5}{4} - R$  (проценты). Получаем следующую запись:

$$R(R(RS - x) - x) - x = 0$$

$$R^3 S - R^2 X - RX - X = 0$$

$$R^3 S = X(1 + R + R^2)$$

$$S = \frac{X(1 + R + R^2)}{R^3} \cdot \frac{(R-1)}{(R-1)}$$

$$S = \frac{X(R^3 - 1)}{R^3(R-1)}$$

Исходя из условия, получаем, что  $3X = S + 65500$ ,  
откуда  $S = 3X - 65500$

$$3X - 65500 = \frac{X \left( \left( \frac{5}{4} \right)^3 - 1 \right)}{\left( \frac{5}{4} \right)^3 \left( \frac{5}{4} - 1 \right)}$$

Из этого уравнения получаем, что  
 $3X = \frac{187500}{3}$ ,  $\Rightarrow 3X = 62500$ , а значит

$$S = 187500 - 65500 = 122000$$

Ответ: 122000 рублей.

№16. Схема P-схема фьючера.

Дан $90$ %	Дан $100$ %	Ануалит	Дан $100$ %
1. $S$	$1,25S$	X	$1,25S - X$
2. $1,25S - X$	$1,25(1,25S - X)$	X	$1,25^2S - 1,25X - X$
3. $1,25^2S - 1,25X - X$	$1,25(1,25^2S - 1,25X - X)$	X	$1,25^3S - 1,25^2X - 1,25X - X = 0$

Возврат суммы инвестиций равен 0.

$$\Rightarrow 3X - 65500 = S$$

Подставим в рекур  $S$  из уравнения  $1,25^3S - 1,25^2X - 1,25X - X = 0$ :

$$1,25^3S - 1,25^2X - 1,25X - X = 0$$

$$\frac{125}{64}S - \frac{25}{16}X - \frac{5}{4}X - X = 0$$

$$\frac{125}{64}S = \frac{61}{16}X, \Rightarrow X = \frac{125S}{64} \cdot \frac{16}{61} = \frac{125S}{4 \cdot 61} = \frac{125S}{244}$$

$$\text{значит, } 3 \cdot \frac{125S}{244} - 65500 = S$$

$$\frac{375S}{244} - S = 65500$$

$$\frac{375S - 244S}{244} = 65500$$

$$\frac{131S}{244} = 65500$$

$$S = \frac{65500 \cdot 244}{131} = 122000 \text{ рублей}$$

Ответ: 122000 рублей

В 2024 году, как и в предыдущие годы ребята справились лучше, хотя и незначительно, с планиметрической задачей. Средний процент выполнения задания 17 – 6,56%, тогда как задания 14 – 3,24%. При этом выпускники, получившие на экзамене от 81 до 100 баллов, также лучше справились со стереометрической задачей – 27,25% против 15,35% в 14 задании. Это связано с возможностью наглядно нарисовать чертеж и провести рассуждения с его активным использованием.

- 17** Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Известно, что  $AB = CD = 3$ ,  $BC = DE = 4$ .
- Докажите, что  $AC = CE$ .
  - Найдите длину диагонали  $BE$ , если  $AD = 6$ .

Среди достаточно распространенных ошибок – недостаточная обоснованность равенства отрезков в пункте а), а также отсутствие схемы решения пункта б). Зачастую ребята искали все, что могли найти в условии задачи. Часто ребята путались и с определением свойств фигур, участвующих в решении.

*или, или, или, или и т.д.*

а)  $AB = CD = 3$ ;  $BC = DE = 4$

Докажем:  $AC = CE$

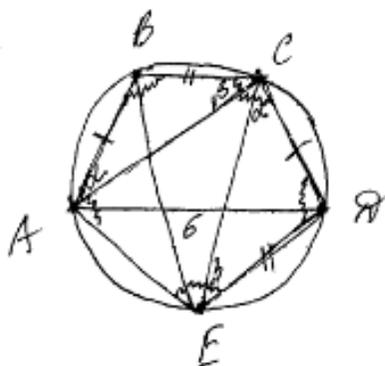
Т.к.  $AB = CD$ , то  $\angle AB = \angle CD$ ,

т.к. одинаковые (равные) хорды стягивают равные дуги,  $\Rightarrow$

$\angle BC = \angle DE$ , т.к.  $BC = DE$  и равные хорды стягивают равные дуги.

Значит  $\angle AC = \angle CE$  (сумма  $\angle AB$  и  $\angle BC$ ;  $\angle CD$  и  $\angle DE$ ), следовательно,  $AC = CE$  как хорды, стягивающие равные дуги. Ч.т.д.

№17



Дано:  $ABCDE$  - 5-угольник вписанный в окружность

$$AB = CD = 8, BC = DE = 4$$

а) 1.  $\triangle ABC \cong \triangle CDE$  ( $AB = DC$  - по условию,  $BC = DE$  - по условию)

Из подобия треугольников  $\Rightarrow \angle ABC = \angle CDE$

$AC$  и  $CE$  - хорды

Из равенства углов  $\Rightarrow AC = CE$  (связывают равные дуги) з.т.г

б) М.к  $ABCDE$  - вписанный 5-угольник (по условию),

$$\text{то } \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \frac{960}{5} = 72^\circ$$

$BE$  и  $AD$  - хорды

Из равенства углов  $\Rightarrow BE = AD = 6$  (связывают равные дуги)

Ответ: 6

Задание 18 относится к высокому уровню сложности, поэтому низкий процент его выполнения даже сильными выпускниками вполне ожидаем. При выполнении этого задания основным этапом, позволявшим получить баллы в задании было сведение решения системы к исследованию взаимного расположения парабол и лучей (аналитически и графически), поэтому, если ребятам удавалось это сделать, то дальнейшее исследования они проводили верно в большинстве случаев. Оценки за это задание в основном были либо 4 балла, либо 0 (за исключением случаев, когда ребята не продолжали решение, видимо из-за нехватки времени).

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = |x - a| - 4, \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

В основном выпускники использовали графический способ решения. Важными умениями, говорящими о сформированности умения решать уравнения и неравенства с параметром этим способом, являются умения равносильно преобразовывать систему уравнений, строить графики функций и уравнений, исследовать получившуюся конструкцию, выделять связи между объектами, обосновывать графические построения. При проверке работ учащихся часто встречалась ситуация, когда при правильном ответе нельзя было говорить о полном решении.

К типичным ошибкам можно отнести следующие: не учитывали или не верно учитывали ограничения при преобразованиях системы уравнений; строили эскизы графиков, а не чертежи и дальнейшие продвижения не подкрепляли аналитикой; при наличии эскиза графика функций после нахождения значения параметра в точке касания, не проверяли выполнение ограничений, не просчитывали точки пересечения графиков, нередко совмещали аналитический и графический способы решения, не обосновывая решение ни в одном из них.

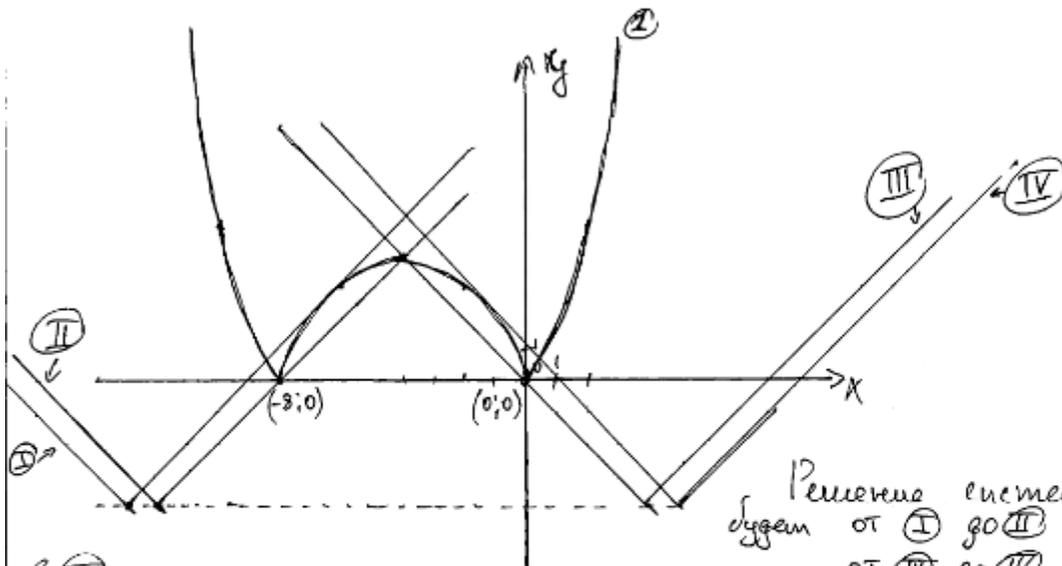
$$\begin{cases} y = |x-a| - 4 & \textcircled{1} \\ |y| = -\frac{1}{4}x^2 - 2x & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{array}{c|c|c|c|c} x & -2 & 0 & 2 & -10 \\ \hline y & 3 & 0 & 5 & 5 \end{array}$$

$$k_0 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = -4$$

$$y_0 = -\frac{1}{4} \cdot 16 - 2 \cdot (-4) = 4$$

Построим графики  $\textcircled{1}$  и  $\textcircled{2}$



Решения системы  
лучше от  $\textcircled{I}$  до  $\textcircled{II}$  и  
от  $\textcircled{III}$  до  $\textcircled{IV}$  все по  
всех.

В  $\textcircled{I}$  подставим координаты в уравнение  $\textcircled{1}$  -

$$x - a - 4 = -\frac{1}{4}x^2 - 2x \quad | \cdot 4$$

$$4x - 4a - 16 = -x^2 - 8x$$

$$x^2 - 12x - 4a - 16 = 0$$

т.к. это квадрат  $\rightarrow D=0$

$$D = 144 + 16a + 64 = 16a + 208$$

$$16a = -208$$

$$\boxed{a = -13}$$

В  $\textcircled{II}$  подставим координаты в уравнение  $\textcircled{1}$  -

$$0 = -8 - a - 4$$

$$\boxed{a = -12}$$

В  $\textcircled{III}$  подставим координаты в уравнение  $\textcircled{1}$  -

$$0 = 0 + a - 4 \rightarrow \boxed{a = 4}$$

в  $\textcircled{IV}$  отпрыг часть <sup>прямых</sup> между кас. прямых  $\textcircled{1} \rightarrow$

$$-x + a - 4 = -\frac{1}{4}x^2 - 2x / \cdot 4$$

$$-4x + 4a - 16 = -x^2 - 8x$$

$$x^2 + 4x + 4a - 16 = 0, \text{ т.к. это касание } \rightarrow D = 0$$

$$D = 16 - 16a + 64$$

$$80 - 16a = 0$$

$$16a = 80 / :16$$

$$\boxed{a = 5}$$

Ответ:  $a \in (-13; -12) \cup (4; 5)$

N 18

$$\begin{cases} y = |x-a| - 4 \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = |x-a| - 4 \\ 4|y| = -x^2 + 8x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = |x-a| - 4 \\ |y| = -\frac{x^2}{4} + 2x \end{cases}$$

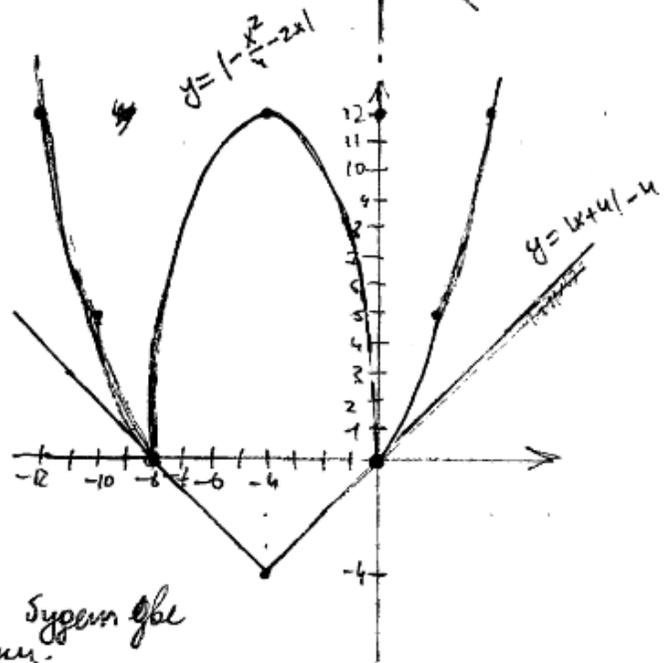
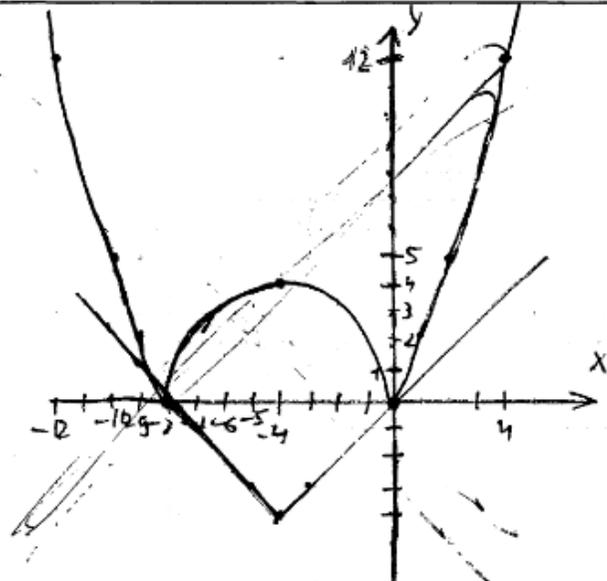
$$|y| = -\frac{x^2}{4} + 2x \quad \text{и} \quad y = \left| -\frac{x^2}{4} + 2x \right| \quad \text{одно и то же} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = |x-a| - 4 & \textcircled{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \left| -\frac{x^2}{4} + 2x \right| & \textcircled{2} \end{cases}$$

Первое уравнение функции - это линия на  
плоскости в виде  $Oy$  и  $4$  в  $xy$  и перпенди-  
кулярно  $Ox$  на  $a$ . ~~Тем самым~~  
~~и тем самым~~ функции. Построим их на графике.  
при  $a = -4$

---



Тип  $a = -4$  System of  
 curves morun.

Заметим, что если левая часть ломается до того момента, когда её левая часть будет пересекать параболу в  $(0; 0)$ , то уравнение будет иметь 3 общие точки, т.е.  $a < 4$  и при  $a > 4$  соответственно правой части ломается и имеет 4 общие точки с параболой, а правая часть будет иметь ни одной.

$$-x + a - 4 \leq 0$$

$$a < 4$$

Это же ломается будет иметь с параболой 4 общие точки в момент касания её отрицательной части в отрезке  $[-8; 0]$ . Это есть

$$-x + a - 4 = \frac{x^2}{4} + 2x \quad \text{имеет одну общую точку}$$

$$x^2 + 8x + 4x - 4a + 16 = 0$$

$$x^2 + 12x - 4a + 16 = 0$$

$$D = 144 - 4(-4a + 16) = 144 + 16a - 64 =$$

$$= 16a + 80$$

$$D = 0, \text{ т.к. нужна одна общая точка}$$

$$16a + 80 = 0$$

$$a = -5 \quad a = -5$$

Для  $a > 5$  точек будет две. Далее рассмотрим правую часть ломается если сдвинуть так, что она пересечёт

параболы также четыре раза. А при дальнейшем сдвиге влево она будет пересекать параболу четыре раза.

$$\begin{aligned} x-a & -8 = a - 4 > 0 \\ & -a - 12 > 0 \\ & a < -12 \end{aligned}$$

Таким образом до момента касания верхней крайней точки параболы на отрезке  $[-3; 0]$ , т.е.

$$\begin{aligned} x-a-4 & = \frac{x^2}{4} + 2x & - \text{ одна общая точка} \\ 4x-4a-16 & = x^2 + 8x \\ x^2 + 4x + 4a + 16 & = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D & = 16 - 16a - 64 = -16a - 48 = -16 \\ \text{с } 16 \text{ } D=0, \text{ т.к. одна общая точка} \\ -16a - 48 & = 0. \end{aligned}$$

$$a = -3$$

При  $a = -3$  будет две общие точки с параболой.

$a \in (-3; 12)$  Таким образом:

$$a \in (-5; 12) \quad a \in (-5; -3) \cup (4; 12)$$

$$\begin{aligned} \text{Ответ: } & (-5; -3) \cup (-5; -4) \cup (-4; -3) \cup (4; 12) \\ \text{... Ответ: } & (-5; -4) \cup (-4; -3) \cup (4; 12) \end{aligned}$$

N18

$$\begin{cases} y = |x-4| - 4 & \text{I} \\ 4|y| + x^2 + 8x = 0 & \text{II} \end{cases}$$

$$\text{II} \quad y \geq 0$$

$$4y + x^2 + 8x = 0$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x$$

$$y = -\frac{1}{4}(x+4)^2 + 4$$

часть параболы вершина  $(-4, 4)$   
на промежутке от  $y \geq 0$ , ветви вниз

$$y < 0$$

$$-4y + x^2 + 8x = 0$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x$$

$$y = \frac{1}{4}(x+4)^2 - 4$$

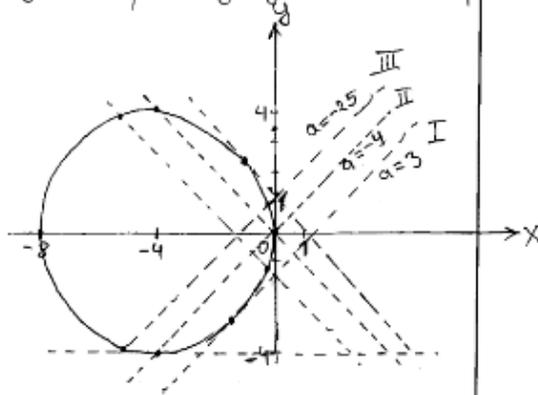
на промежутке  $y < 0$   
часть параболы вершина  $(-4, -4)$ ,  
ветви вверх

$$\textcircled{\text{II}} \quad x-a \geq 0; \quad x \geq a \quad x-a-4 \geq -4$$

$y = x-a-4$  - прямая вида  $y = x$ , сдвин. вверх, вниз в зависимости от параметра  $a$

$$x-a < 0; \quad x < a \quad -x+a-4 > -4$$

$y = -x+a-4$  - прямая вида  $y = -x$ , сдвин. вверх, вниз в завис. от пар  $a$



Найдем т. пересек. с  $Ox$  парабол  $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x$ :  $(0, 0)$   $(-8, 0)$  и

$\rightarrow -\frac{1}{4}x^2 - 2x$  парабол  $y = \frac{1}{4}x^2 + 2x$   $(0, 0)$   $(-8, 0)$

Из  $\textcircled{\text{II}}$  ур-я системы мы получим ~~факторы~~ <sup>совокупность</sup> из прямых, вида  $y = x$  и  $y = -x$ , завис. от парам.  $a$  и расположенных выше  $y = -4$  <sub>или  $y = -x+a-4$</sub>

Если  $\textcircled{\text{I}}$  положение I (касание прямой  $y = x$  с нижней параболой) система имеет <sup>и меньше</sup> 3 решения. От положения I до положения II

(прямые проходят через  $(0, 0)$ ) - 4 решения. В пол. II - 3 решения  $y = x-a-4$

От положения II до положения III - 4 решения (касание прямой  $y = x$  с верхней параболой) - 4 решения. В положении III и выше - 3 и меньше решений

I Касание прямой  $y = -x+a-4$  с нижн. пар  $\frac{1}{4}x^2 + 2x = -x+a-4$ ;  $\frac{1}{4}x^2 + x - a + 4 = 0$

$$D = 1 - 4 \cdot \frac{1}{4}(-a+4) = 1+a-4 \quad 1+a-4=0; \quad \underline{a=3} \quad D=0$$

II) Случай прохождения прямой через  $(0, 0)$

$$0 = 0 - a - 4; \quad a = -4$$

III) Кас прямой  $y = x - a - 4$  с верх пар:

$$-\frac{1}{4}x^2 - 2x = x - a - 4$$

$$-\frac{1}{4}x^2 - 3x + a + 4 = 0 \quad | \cdot (-4)$$

$$x^2 + \frac{1}{4}x^2 + 3x - a - 4 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot \frac{1}{4}(-a - 4) = 9 + a + 16$$

$$a + 25 = 0$$

$$a = -25$$

Ответ:  $a \in (-3; -4) \cup (-4, -25)$

Задание 19 высокого уровня сложности оказалось имеющим интуитивно понятный ход решения. Поэтому даже в группе выпускников, не преодолевших минимальный порог, были ребята, получившие за это задание баллы, а в группе сильных выпускников, получивших свыше 81 балла, с этим заданием справился каждый пятый выпускник.

19

В порту имеются только заполненные контейнеры, масса каждого из которых равна 20 тонн или 60 тонн. В некоторых из этих контейнеров находится сахарный песок. Количество контейнеров с сахарным песком составляет 75 % от общего количества контейнеров.

а) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 80 % от общей массы всех контейнеров?

б) Может ли масса контейнеров с сахарным песком составить 40 % от общей массы всех контейнеров?

в) Какую наибольшую долю (в процентах) может составить масса контейнеров с сахарным песком от общей массы всех контейнеров?

Основная проблема в решении этого задания была в тонкой грани между интуитивно верным и действительно полностью обоснованным решением. Кроме того, решение пункта в) в некоторых вариантах автоматически означало выполнение и пункта б). Большинство приступивших к решению этого задания ребят не справились именно с обоснованием перехода от частного случая к решению в общем виде.

№19.

а) Пусть в порту всего  $x$  контейнеров. Тогда контейнеров с сахарным песком —  $0,2x$ . Наибольшая масса у контейнеров с сахарным песком будет тогда, когда они все будут по 30 тонн. Так как нас интересует <sup>кач</sup> процент, у всех остальных контейнеров масса будет 20 тонн, так ведь только тогда процентное значение

масса контейнеров с самарским рестораном будет максималь-  
ным:

$$0,2x \cdot 80 = 160x$$

$$0,8x \cdot 20 = 160x.$$

Так мы видим, масса распределилась поровну, т.е.  
по 50%. Т.е.  $50\% > 40\%$ , ответ да.

Д) Это логично и решением пункта "а" понимаем, что  
наибольший возможный процент массы контейнеров с  
самарским рестораном - 50%. Т.е.  $50\% < 80\%$ , ответ нет.

В) Наибольшая <sup>процентная</sup> масса контейнеров возможна при  
их ~~всех~~ в 80 тонн, а и все другие контейнеры  
по 20 тонн, но с увеличением массы других контей-  
неров процент массы контейнеров с самарским рестораном  
будет уменьшаться.

$$0,2x \cdot 80 = 160x$$

$$0,8 \cdot 20 = 160x$$

$160x = 160x$ , то масса по 50%.

Ответ: а) да

Д) нет

В) 50%.

№19

а) Да, может. Предположим, всего 4 контейнера (1 по 60 т и 3 по 20 т). В 1 контейнере по 60 т и в 2-ух контейнерах по 20 т находится сах. песок ( $\frac{3}{4} = 0,75 \Rightarrow 75\%$  от всех контейнеров), тогда  
всё масса  $= 3 \cdot 20 + 1 \cdot 60 = 120$  т

Предположим, что всего 8 контейнеров (1 по 60 т и 7 по 20 т)  
из них 6 контейнеров (1 по 60 т и 5 по 20 т) содержат сах. песок  
( $\frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75 \Rightarrow 75\%$  от всех контейнеров), тогда масса сах. песка =  
 $= 60 + 5 \cdot 20 = 160$  т, всего  $= 60 + 7 \cdot 20 = 200$  т  $\Rightarrow \frac{160}{200} = \frac{8}{10} = 0,8 \Rightarrow 80\%$  от всех  
контейнеров.

---

8) Нет, нельзя. Масса сах. песка будет меньше, если она налита в меньших коктейнерах (т.е. по 20Т), а остальных коктейнеров больше по массе (т.е. 60Т). Число коктейнеров кратно 4 (т.к. при любом другом кол-ве коктейнеров коктейнерот с сах. песком не будут составят  $\frac{3}{4}$  от всех коктейнеров, т.е. 75%). Если все коктейнерот одинаковы по массе, то процент коктейнерот с сах. песком = проценту массы коктейнерот с сах. песком от всей массы.

Предположим, это было 4 коктейнера, тогда 3 с сах. песком <sup>(по 20Т)</sup> и 1 без (по 60Т)  
 $\Rightarrow 3 \cdot 20 + 60 = 120$  всего и  $\frac{3 \cdot 20}{120} = \frac{1}{2} \Rightarrow 50\%$

Если было 8 коктейнеров, тогда 6 с сах. песком (по 2Т) и 2 без (по 60Т)  
 $6 \cdot 20 + 2 \cdot 60 = 240$  всего;  $\frac{6 \cdot 20}{240} = \frac{1}{2} \Rightarrow 50\%$   ~~$\Rightarrow 50\%$~~

При любом числе перебора результаты будут равны 50%  $\Rightarrow$

50% - наименьший процент массы коктейнерот с сах. песком  $\Rightarrow$

процент ~~каждого~~ массы коктейнерот с сах. песком  $\neq 40\%$

6) Противоположно решению под буквой 8), чтобы масса коктейнерот составила наибольшую долю от всех коктейнерот, коктейнерот с сах. песком должны быть самыми по массе (60Т), а коктейнерот без сах. песка меньше по массе (20Т)

Если было 4 коктейнера (3 с сах. песком по 60Т и 1 без по 20Т)  $\Rightarrow$

$\Rightarrow 3 \cdot 60 + 20 = 200 \Rightarrow \frac{3 \cdot 60}{200} = \frac{180}{200} = \frac{9}{10} = 0,9 \Rightarrow 90\%$ , масса

коктейнерот с сах. песком от всей массы

Если всего 8 контейнеров, тогда 6 контейнеров с сах. песком  
 по 60т и 2 без по 20т;  $6 \cdot 60 + 2 \cdot 20 = 400 \Rightarrow \frac{360}{400} = \frac{9}{10} = 0,9 \Rightarrow$   
 90% ~~составляет~~ <sup>это</sup> масса контейнеров с сах. песком ~~это масса~~  
 всех контейнеров. Чем дальше идет перебор результат будет  
 равен 90%  $\Rightarrow$  90% - наибольшая доля массы контейнеров  
 с сах. песком.  
 Ответ: а) Да б) Нет в) 90

Итак, содержательный анализ результатов ЕГЭ Липецкой области показал, что многие выпускники имеют достаточную математическую грамотность и культуру проведения рассуждений. Основная проблема, возникшая при выполнении заданий ЕГЭ – механическое написание заданий из открытого банка ФИПИ без достаточного систематического изучения предмета. Также остается проблемой недостаточная сформированность вычислительных навыков и навыков смыслового чтения.

### 3.2.3. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ

Требования ФГОС СОО включают обязательное достижение учащимися не только предметных, но и метапредметных результатов. В основе сформированных метапредметных результатов находится освоение межпредметных понятий и универсальных учебных действий (познавательных, коммуникативных, регулятивных).

В соответствии с перечнем метапредметных результатов, приведенных в таблице 1 Кодификатора проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена по математике (далее Кодификатор), а также указанных связей метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы из таблицы 2

Кодификатора, на успешность выполнения заданий в большей степени влияет способность обучающихся использовать на практике следующие универсальные учебные действия:

- умение применять базовые логические действия, базовые исследовательские действия, работать с информацией (познавательные универсальные учебные действия);
- сформированность социальных навыков общения (коммуникативные универсальные учебные действия);
- самоорганизация, самоконтроль, развитие эмоционального интеллекта (регулятивные универсальные учебные действия).

Анализ успешности выполнения заданий группами обучающихся, позволяет выявить основные трудности, возникшие при выполнении заданий ЕГЭ 2024, основанные на недостаточном уровне сформированности универсальных учебных действий.

### *1. Познавательные универсальные учебные действия*

#### *1.1. Сформированность базовых логических действий.*

К базовым логическим действиям, связанным в основном с решением жизненных ситуаций, относятся умения выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий; делать выводы с использованием законов логики.

Недостаточная сформированность этих умений привела к тому, что ни с одним из заданий базового уровня сложности не справились ребята на 100%, не произошло этого даже в группе ребят, получивших свыше 81 балла. Так, проблемы возникли при решении заданий 3, 7, 8, в которых к несформированности метапредметных навыков добавилась несформированность пространственного мышления, умения работать с тригонометрическими выражениями, различать графики функций и их производных, т. е. предметных компетенций. Говоря о метапредметных результатах обучения, прежде всего стоит отметить плохо сформированный навык смыслового чтения. Зачастую задача решается неверно не из-за нехватки знаний по математике, а именно из-за неумения верно прочесть и понять условие. Поэтому в 2024 году несформированность метапредметных результатов повлияла на решение задач с «длинными» и «заковыристыми» условиями – 9, 16 и 19.

#### *1.2. Сформированность базовых исследовательских действий*

Умение применять базовые логические действия тесно связано с умением применять и базовые исследовательские действия, отвечающие за получение нового знания, его интерпретацию, преобразование и применение в различных учебных и жизненных ситуациях. Умение переносить знания в познавательную и практическую области жизнедеятельности, умение интегрировать знания из разных предметных областей, владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления также накладывает отпечаток на выполнение заданий КИМ. Так, недостаточная сформированность такого рода умений привела к снижению результативности в выполнении заданий базового уровня. Также это оказало несомненное влияние на успешность выполнения заданий второй части с развернутым ответом.

Конечно, для решения наиболее сложных задач варианта требовалась сформированность и таких умений, как умение выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения. Школьники должны быть способны и готовы к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания, выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения. Все эти компетенции очень важны при решении заданий 14-19.

Недостаточная сформированность указанных умений привела к тому, что самые сложные задания 14-19 не смогли выполнить на достаточно высоком уровне даже выпускники, получившие свыше 81 балла. Для решения этих заданий школьники должны уметь соотносить содержание задач с теми знаниями и навыками, которыми они обладают, чтобы самостоятельно найти метод решения, скомбинировать известные методы, выстраивая цепочки аналогий и взаимосвязей. Недостаточная сформированность умения комбинировать методы решения, не подменяя один из них другим, причем без обоснованности решения с использованием каждого из них, сказалась на результатах выполнения заданий 16 и 18. Определенное влияние отсутствие этого умения оказало и на решение других заданий повышенного и высокого уровня сложности. Например, 8, 12, 14, 17, 19. При этом стоит отметить, что достаточно алгоритмизированный способ решения задания 13 второй части позволил обучающимся показать неплохой процент его выполнения, даже при недостаточной сформированности указанных выше умений.

## *2. Коммуникативные универсальные учебные действия.*

Недостаточная сформированность коммуникативных УУД приводит к снижению результативности выполнения геометрических задач и задач второй части с развернутым ответом, так как на их решение очень сильное влияние оказывает умение ясно и логично излагать последовательность решения, а его недостаточная сформированность приводит к ошибкам в применении тех или иных способов решения. Кроме того, нарушается связь между реальным опытом обучающихся и представлением его в виде математической модели. Здесь хочется отметить в целом недостаточно сформированную геометрическую культуру школьников и отсутствие пространственного мышления. Причем это сказалось даже при решении геометрических задач базового уровня сложности, не говоря уже о заданиях 14 и 17, которые имеют сопоставимый результат выполнения с заданиями 18 и 19. Умения доказательно проводить рассуждения очень необходимо и при проведении обоснования решения заданий 18 и 19. Особенно в этом году это умение требовалось в задании 19, где само решение было интуитивно понятно, особенно сильным ученикам, а вот провести логичное и полностью обоснованное решение удалось немногим.

## *3. Регулятивные универсальные учебные действия (самоорганизация, самоконтроль).*

И, конечно, на получение желаемых результатов экзамена оказывают большое влияние регулятивные УУД: самоорганизация, самоконтроль и эмоциональный интеллект. Данные учебные действия позволяют ребятам организовать собственный образовательный процесс наиболее эффективно и с целью как овладения предметом, так и подготовки к экзамену. Кроме того, они помогают правильно организовать работу и на самом экзамене. Недостаточная сформированность этих умений привела к тому, что ряд обучающихся не достиг желаемых результатов.

Безусловно, результаты экзамена – это совокупное влияние сформированности как предметных, так и метапредметных навыков, поэтому формирование одних, невозможно без формирования других. Следовательно, образовательный процесс должен быть направлен на развитие каждого из них и на их совокупность.

### **3.2.4. Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий:**

*Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным.*

В целом можно считать достаточным усвоение всеми школьниками Липецкой области следующих элементов содержания / умений и видов деятельности, для которых средний процент выполнения превышает 70 %:

- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (задание 1-3).
- уметь строить и исследовать несложные математические модели (задания 4, 5, 9, 10);
- уметь решать уравнения и неравенства (задание 6);
- уметь выполнять действия с функциями (задания 11 и 12).

*Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом, школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным.*

Отметим еще раз, что в целом задания первой части, включая все задания базового и часть заданий повышенного уровня сложности были решены на очень хорошем уровне, средний процент выполнения каждого из заданий выше 65%. Поэтому в целом по региону школьники освоили образовательные программы на достаточно высоком уровне.

Школьники со слабым уровнем подготовки оказались не готовыми к выполнению задний базового уровня, проверяющих умения работать с геометрическими объектами (1-3) выполнять преобразования и вычисления (7), работать с функциями и их графиками (8). Очевидно, несформированными оказались все умения, относящиеся к решению заданий повышенного и высокого уровня сложности.

Несформированными оказались умения выполнять вычисления и преобразования тригонометрических выражений (задание 7) и работать с графиками функций и их производных (задание 8) в группе выпускников, набравших от 27 до 60 баллов. Все остальные умения у них сформированы на достаточном уровне (процент выполнения заданий выше 50%)

Только во второй части работы присутствуют элементы содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками Липецкой области в целом, школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным – это стереометрическая и планиметрическая задачи повышенного уровня сложности (задания 14 и 17); показательное неравенство (задание 15); экономическая задача (задание 16), задача с параметром (задание 18) и задача на умение строить и исследовать усложненные математические модели (задание 19).

*Выводы об изменении успешности выполнения заданий разных лет по одной теме / проверяемому умению, виду деятельности (если это возможно сделать)*

Динамика результатов ЕГЭ по профильной математике с 2022 по 2024 год показывает, что средний балл вырос до 64,54, причем он выше более чем на 3 балла по сравнению с 2022 годом и на 5,5 баллов, чем в 2023 году. Поэтому с рядом заданий выпускники, особенно из сильных групп, справились более успешно, а с рядом заданий, наоборот, хуже. Так, в 2023 году с четырьмя заданиями выпускники, набравшие свыше 81 балла, справились на 100%, тогда как в этом году таких результатов нет. В основном это зависело не столько от содержания задания и уровня подготовки выпускников, сколько от конкретной формулировки задания КИМ.

Во второй части с заданиями 13-17 повышенного уровня сложности ребята справились значительно лучше, чем с аналогичными заданиями в прошлом году. Особенно это касается экономической задачи, процент решения которой возрос с 8,7% в 2023 году до 29,3% в 2024 году.

Хуже выпускники справились с заданиями высокого уровня сложности.

С другой стороны, перечень ошибок и недостаточно освоенных умений по сравнению с 2023 годом несильно изменился. Равно как не изменилось и содержание заданий, которые были успешно решены в 2023 году. В основном результаты ЕГЭ зависели от систематичности освоения выпускниками образовательной программы на протяжении всех лет обучения.

*Выводы о связи динамики результатов проведения ЕГЭ с использованием рекомендаций для системы образования региона и системы мероприятий, включенных в статистико-аналитические отчеты о результатах ЕГЭ по учебному предмету в предыдущие 2-3 года.*

На некоторую положительную динамику результатов ЕГЭ по ряду заданий повлияли методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2023 года по математике, а также рекомендации, которые были внесены в статистико-аналитический отчет результатов ЕГЭ по учебному предмету «Математика» в 2023 году. Была скорректирована работа профессиональных сообществ учителей математики, что дало положительный результат.

Результаты проведения ЕГЭ по профильной математике достаточно стабильны. Это происходит, в том числе, благодаря успешно проведенным мероприятиям, предложенным для включения в дорожную карту в 2022 г., 2023 г.

Помимо мероприятий, направленных на формирование предметных знаний (Семинары «Различные способы решения неравенств повышенного уровня сложности», 2022 г., «Методика обучения решению задач по теории веро-

ятностей и статистике»; Цикл семинаров по методике обучения решению задач, стабильно вызывающих затруднения обучающихся, 2023 г., Модули в рамках КПК «Методы решения планиметрических задач», «Стереометрические задачи на ЕГЭ профильного уровня», «Задачи с параметром: некоторые способы решения», 2023 г.) были проведены и мероприятия, направленные на развитие универсальных учебных действий (Семинары «Формирование познавательной активности при решении геометрических задач», «Типовые ошибки при решении и оформлении задач письменной части ЕГЭ профильного уровня», «Потенциал функциональной и математической грамотности обучающихся в решении задач по математике». 2022 – 2023 гг.). Но, как показал анализ результатов ЕГЭ 2024 г., у обучающихся слабо сформированы именно метапредметные умения, от которых зависит успешность выполнения заданий, поэтому считаем целесообразным усилить методическую работу с педагогами по данному направлению.

В 2024 году впервые были проведены мероприятия на региональном уровне для обучающихся. Для выпускников была проведена серия онлайн-консультаций «100 вопросов о ЕГЭ» в рамках регионального проекта по повышению качества преподавания предметов естественно-научного цикла и реализации программы по развитию инженерного образования. Свои вопросы председателям предметных комиссий выпускники задавали как заранее через интерактивный сервис на сайте управления образования и науки, так и во время прямого эфира. По итогам проведения данных мероприятий были получены положительные отзывы и рекомендации продолжить подобную практику.

## **Раздел 4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ СУБЪЕКТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

### **4.1. Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания предмета в регионе на основе выявленных типичных затруднений и ошибок**

#### **4.1.1. ...по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся**

*Учителям* рекомендуется:

1. При изучении предмета «Математика» изучать предмет в соответствии с программами основного общего и среднего общего образования, а не готовить школьников к сдаче ЕГЭ, натаскивая на определенные типы заданий.

2. При планировании уроков учитывать результаты ЕГЭ по математике профильного уровня предыдущих лет, выделять время для повторения и закрепления особенно сложных тем.

3. Развивать навыки смыслового чтения, самоконтроля деятельности по анализу условия задачи, решению задачи и найденного ответа в задаче.

4. На уроках геометрии организовать изучение теоретического материала и систематический контроль его усвоения, использовать задачи на готовых чертежах, в том числе из банка заданий ФИПИ.

5. Проводить регулярные тренинги решения примеров на вычисления, предварительно выявив существующие пробелы.

6. Создавать условия для самостоятельной работы школьников на уроке и дома. Обеспечивать дифференцированный подход к обучающимся, для высокомотивированных обучающихся предлагать нестандартные задачи, а также задания, носящие исследовательский характер.

7. При прохождении материала обращать внимание на типовые ошибки при решении заданий, акцентировать внимание на самоконтроль решения.

8. Организовать мониторинг качества освоения образовательных программ – включать в текущий и рубежный контроль задания по изученным темам из банка ФИПИ, предварительно повторив и систематизировав материал.

9. При включении в уроки задач из открытого банка заданий ФИПИ обращать внимание на материал, который привлекается к решению того или иного задания, а не просто нарешивать задания, организовать параллельно повторение всего пройденного материала, на примерах показывая, где и какой материал применяется в дальнейшем.

10. По возможности рассматривать различные методы решения одной и той же задачи, показывать в какой ситуации лучше применять тот или иной метод.

11. Мотивировать школьников изучать математику, сделать обучение интересным, использовать современные информационные технологии и различные дистанционные платформы, в том числе и с целью устранения пробелов в освоении программы.

12. Особое внимание уделять методикам формирования метапредметных умений, включать в урочную деятельность задания комплексного характера.

13. Использовать ресурсы РЭШ, которые направлены на формирование метапредметных умений: регулятивных (самостоятельно определять цели, ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности; оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной ранее цели; задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута; сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью; фиксировать и оценивать в конце урока результаты своей работы на уроке); познавательных (осуществлять информационный поиск на основе предложенных материалов; искать и находить обобщенные способы решения задач; осуществлять моделирование; приводить критические аргументы).

*ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей, рекомендуется:*

1. Организовать курсы повышения квалификации учителей по предложенным ниже темам, в том числе для учителей школ с низкими образовательными результатами.

2. Усилить взаимодействие с вузами региона, ведущими подготовку учителей, шире использовать потенциал профессорско-преподавательского состава региональных вузов с целью повышения предметных компетенций педагогов.

3. Продолжить проведение конференций, семинаров-практикумов, например, в рамках заседаний ГПС и РМО учителей математики, ассоциации учителей математики с участием председателя предметной комиссии, ведущего и старших экспертов.

**4.1.2.** по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки *Учителям* при организации дифференцированного подхода к освоению образовательных программ по математике базового уровня рекомендуется:

- определить дефициты в знаниях обучающихся, после чего разделить на группы по уровню подготовки;
- для каждой из получившихся групп сформировать траекторию изучения математики, в том числе индивидуальную траекторию для каждого ученика внутри группы;
- определить уровень заданий, которые должны освоить все обучающиеся, и которые можно предлагать более способным и подготовленным ученикам;

- дифференцировать задания на уроке и дома, при выполнении ими проверочных, контрольных, диагностических работ, индивидуальных практических работ.

Для ребят с низкой подготовкой важно улучшить качество вычислительной культуры, регулярно предлагать задания на вычисления, подобрать задания, выполняемые по алгоритму, практико-ориентированные задания, которые можно выполнять в том числе и с учетом своего опыта. При создании условия для подготовки школьника к ЕГЭ определить круг заданий, которые школьник обязательно должен выполнить, определить задания, к которым школьник может приступить. Важно показать ученикам с низкой подготовкой, что работа с условием задачи (например, подчеркивание важных слов, выделение), пошаговая запись решения заданий, необходима и поможет усилить самоконтроль и снизить вероятность ошибки.

Для ребят с достаточным и высоким уровнями подготовки рекомендуем использовать дополнительные карточки с заданиями повышенного уровня, в том числе и из банка задач ФИПИ профильной математики. Особое внимание стоит уделять основательной проработке теоретического материала, умению логически и математически верно излагать свое решение. Для таких ребят недопустимо отвлекаться на вычислительные ошибки, ошибки в применении формул и алгоритмов.

Для решения задач повышенного уровня сложности недостаточно урочной работы, только дополнительные занятия с привлеченными специалистами в кружках, на профильных сменах смогут помочь некоторым из одаренных учеников решить эти задачи. Так как такие ребята, как правило, достаточно мотивированы, то следует оказать им помощь в организации самостоятельного изучения интересующих их разделов математики, подсказав необходимые источники информации.

Для успешного выполнения обучающимися заданий и помощи в организации самоконтроля также рекомендуем учителям организовывать на уроке и дома обращение учеников к следующим индивидуально созданным материалам: тетрадь моих ошибок, интеллект-карты по разделам геометрии, опорные конспекты, карточки с формулами.

*Администрациям образовательных организаций* рекомендуется содействовать методической поддержке учителей по проблемам преподавания математики школьникам с различным уровнем подготовки; усилить внутришкольный контроль освоения образовательной программы с учетом результатов прошедшего ЕГЭ, особенно в части выявленных

типичных ошибок; содействовать участию высокомотивированных детей в предметных олимпиадах разного уровня, научно-практических конференциях, профильных сменах Центра поддержки одаренных детей Липецкой области «Стратегия».

*ИПК / ИРО, иным организациям, реализующим программы профессионального развития учителей* рекомендуем организовать курсы повышения квалификации учителей по предложенным ниже темам, с учетом дифференциации обучения; организовать адресную помощь педагогам, испытывающим профессиональные дефициты по организации и применению дифференцированного обучения; организовать наставническую деятельность через сетевое взаимодействие школ с высокими и низкими образовательными результатами.

#### **4.2. Рекомендации по темам для обсуждения / обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования**

В регионе традиционно проходит обсуждение итогов ЕГЭ на заседаниях ГПС и РМО учителей математики, ассоциации учителей математики, выступают председатель предметной комиссии, ведущий и старшие эксперты. Для проведения методических семинаров-практикумов предлагаем рассмотреть следующие темы:

1. Модель КИМ ЕГЭ по математике: 2025 (базовый и профильный уровни). Анализ ошибок ЕГЭ 2024.
2. Формирование функциональной и математической грамотности обучающихся с целью повышения результативности выполнения заданий по математике.
3. Типовые ошибки при решении задач ЕГЭ профильного уровня. Методика и технологии организации повторения на уроках математики с целью устранения пробелов в освоении образовательных программ ООО и СОО.
4. Методика обучения решению геометрических задач образовательной программы для обучающихся с различным уровнем подготовки в основной и средней школе.
5. Функции. Их графики и свойства.
6. Текстовые задачи и исследование простейших математических моделей.
7. Методика обучения решению задач повышенной сложности, в том числе и из открытого банка ФИПИ.
8. Методика преподавания линии «Уравнения» в освоении образовательной программы по алгебре и началам математического анализа.

9. Методика преподавания линии «Неравенства» в освоении образовательной программы по алгебре и началам математического анализа.

10. Методика обучения решению заданий с параметрами.

11. Методика обучения решению олимпиадных задач школьного курса математики углубленного уровня.

#### **4.3. Рекомендации по возможным направлениям повышения квалификации работников образования для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования**

Проведение регулярного мониторинга затруднений учителей и оказание адресной методической помощи. Индивидуальные консультации для учителей математики, которые испытывают затруднения при подготовке обучающихся к ЕГЭ, как очно, так и дистанционно.

Рекомендуется в программу курсов повышения квалификации включить модули, которые позволят педагогу выстроить индивидуальную образовательную траекторию, направленную на ликвидацию профессиональных дефицитов («Функции. Их графики и свойства»; «Решение уравнений и неравенств в основной и средней школе на базовом и углубленном уровнях»; «Задания по теории вероятностей в школьном курсе базового и углубленного уровня»; «Методика обучения решению геометрических задач базового и углубленного уровня», «Преподавание математики в классах с различным профилем»; «Методические особенности организации освоения школьниками образовательной программы с учетом анализа результатов ЕГЭ 2024»; «Методика обучения решению алгебраических задач повышенного уровня сложности»; «Методика обучения решению геометрических задач повышенного уровня сложности»; «Методически грамотное использование ресурсов Открытого банка заданий ФИПИ и РЭШ»).

## Раздел 5. Мероприятия, запланированные для включения в ДОРОЖНУЮ КАРТУ по развитию региональной системы образования

### 5.1. Планируемые меры методической поддержки изучения учебных предметов в 2024 - 2025 уч. г. на региональном уровне.

5.1.1. Планируемые мероприятия методической поддержки изучения учебных предметов в 2024 – 2025 уч. г. на региональном уровне, в том числе в ОО с аномально низкими результатами ЕГЭ 2024 г.

Таблица 2-14

№ п/п	Мероприятие <i>(указать тему и организацию, которая планирует проведение мероприятия)</i>	Категория участников
1.	Семинар-совещание «Анализ итогов ГИА по математике 9 и 11 классов образовательных организации Липецкой области. Проблемы, пути решения, перспективное планирование», ГАУДПО ЛО «ИРО»	Руководители РМО, ГПС, МО образовательных организаций
2.	Видеоконференция «Результаты и перспективы ГИА по математике в Липецкой области» ГАУДПО ЛО «ИРО»	Руководители РМО, ГПС, МО образовательных организаций, учителя математики региона
3.	КПК «Технология работы со школьниками 9 и 11 классов по освоению образовательной программы в рамках ФГОС», ГАУДПО ЛО «ИРО»	Учителя математики
4.	КПК «Технология работы со школьниками по устранению пробелов в освоении образовательных программ НОО, ООО и СОО, выявленных по результатам ЕГЭ 2024», ГАУДПО ЛО «ИРО»	Учителя математики
5.	Практикум «Организация дифференцированного подхода а обучении», ГАУДПО ЛО «ИРО»	Руководители РМО, учителя математики
6.	Вебинар. «Методика работы с обучающимися, имеющими риск академической неуспеваемости по математике», ГАУДПО ЛО «ИРО».	Учителя математики, в т.ч. учителя ОО, показывающих стабильно низкие результаты.
7.	Вебинар. «Методика работы с высокомотивированными обучающимися. Олимпиадная подготовка», ГАУДПО ЛО «ИРО», ФГБОУ ВО «ЛГПУ им. П.П. Семенова-Тян-Шанского»	Руководители РМО, учителя математики региона
8.	Практикум «Решение задач высоко уровня сложности», ГАУДПО ЛО «ИРО», ФГБОУ ВО «ЛГПУ им. П.П. Семенова-Тян-Шанского»	Учителя математики
9.	Цикл семинаров «Формирование метапредметных умений на уроках математики», ГАУДПО ЛО ИРО	Учителя математики, в т.ч. учителя ОО, показывающих стабильно низкие результаты.

10.	Индивидуальные консультации, направленные на помощь педагогам, испытывающим профессиональные дефициты, в выстраивании индивидуальной образовательной траектории, дальнейшее сопровождение в рамках КПК, ГАУДПО ЛО «ИРО»	Учителя математики
-----	---	--------------------

### 5.1.2. Трансляция эффективных педагогических практик ОО с наиболее высокими результатами ЕГЭ 2024 г.

Таблица 2-15

№ п/п	Мероприятие (указать формат, тему и организацию, которая планирует проведение мероприятия)	
1.	Мастер-класс «Приемы формирования метапредметных умений на уроке математики» из опыта работы педагогов, обучающиеся которых показывают стабильно высокие результаты МАОУ СОШ № 20 г. Липецка, ГАУДПО ЛО «ИРО»	
2.	Вебинары по организации изучения отдельных тем образовательных программ, которые стабильно вызывают затруднения у обучающихся. Методика. Практика. ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского» с подключением ОО региона, показавших высокие результаты	
3.	Семинар «Углубленное изучение математики. Подходы, решения, результат» из опыта работы педагогов профильных классов, обучающиеся которых показывают стабильно высокие результаты МБОУ «Гимназия №1» г. Липецка, ГАУДПО ЛО «ИРО»	

### 5.1.3. Планируемые корректирующие диагностические работы с учетом результатов ЕГЭ 2024 г.

Корректирующие диагностические работы с учетом результатов ЕГЭ 2024 г. проводятся в каждой образовательной организации региона в соответствии с федеральными рабочими программами СОО на базовом и углубленном уровнях.

### 5.1.4. Работа по другим направлениям

№	Мероприятие (указать формат, тему и организацию, которая планирует проведение мероприятия)	
1.	Международная научная конференция «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования» (ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»).	
2.	Межрегиональная конференция «Лучшие практики реализации ФГОС с использованием информационных технологий», ГАУДПО ЛО «ИРО»	
3.	Международная научная конференция «Актуальные проблемы естественных, технических и математических наук и их преподавания» (ФГБОУ ВО «Липецкий государственный педагогический университет имени П.П. Семенова-Тян-Шанского»)	