

**Методический анализ результатов ЕГЭ
по предмету «Математика (профильный уровень)»**

**РАЗДЕЛ 1. ХАРАКТЕРИСТИКА УЧАСТНИКОВ ЕГЭ ПО УЧЕБНОМУ
ПРЕДМЕТУ**

1.1. Количество участников ЕГЭ по учебному предмету (за 3 года)

Таблица 2-1

2018		2019		2020	
чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
3388	67,62	3030	59,01	2920	59,60

1.2. Процентное соотношение юношей и девушек, участвующих в ЕГЭ

Таблица 2-2

Пол	2018		2019		2020	
	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников	чел.	% от общего числа участников
Женский	1715	50,62	1438	47,46	1302	44,59%
Мужской	1673	49,38	1592	52,54	1618	55,41%

1.3. Количество участников ЕГЭ в регионе по категориям

Таблица 2-3

Всего участников ЕГЭ по предмету	2920
Из них:	
выпускников текущего года, обучающихся по программам СОО	2812
выпускников текущего года, обучающихся по программам СПО	15
выпускников прошлых лет	93
участников с ограниченными возможностями здоровья	29

1.4. Количество участников ЕГЭ по типам ОО

Таблица 2-4

Всего ВТГ	2811
Из них:	
– выпускники СОШ	1912, (56,43%)
– выпускники СОШ с УИОП	129, (3,81%)
– выпускники «Гимназий»	417, (12,31%)
– выпускники «Лицеев»	339, (10,01%)
– выпускники ОСОШ	14, (0,41%)

1.5. Количество участников ЕГЭ по предмету по АТЕ региона

Таблица 2-5

№	АТЕ	Количество участников ЕГЭ по учебному предмету	% от общего числа участников в регионе
1.	Липецкий район	103	3,66%
2.	Воловский район	22	0,78%
3.	Грязинский район	133	4,73%
4.	Данковский район	99	3,52%
5.	Добровский район	64	2,28%
6.	Долгоруковский район	42	1,49%
7.	Добринский район	46	1,64%
8.	Елецкий район	54	1,92%
9.	Задонский район	47	1,67%
10.	Измалковский район	36	1,28%
11.	Краснинский район	22	0,78%
12.	Лебедянский район	82	2,92%
13.	Лев-Толстовский район	41	1,46%
14.	Становлянский район	30	1,07%
15.	Тербунский район	48	1,71%
16.	Усманский район	88	3,13%
17.	Хлевенский район	34	1,21%
18.	Чаплыгинский район	72	2,56%
19.	г. Елец	214	7,61%
20.	г. Липецк	1534	54,57%

1.6. Основные УМК по предмету, которые использовались в ОО в 2019-2020 учебном году.

Таблица 0-1

№ п/п	Название УМК	Примерный процент ОО, в которых использовался данный УМК
1	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни) АО "Издательство "Просвещение"	45%
2	Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) АО "Издательство "Просвещение"	25%
3	Мордкович А.Г., Семенов П.В. (Ч.1); Ч. 2.: Мордкович А.Г. и др.(Ч.2) , под ред. Мордковича А.Г. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) ООО «ИОЦ Мнемозина»	20%
4	Другое	10%

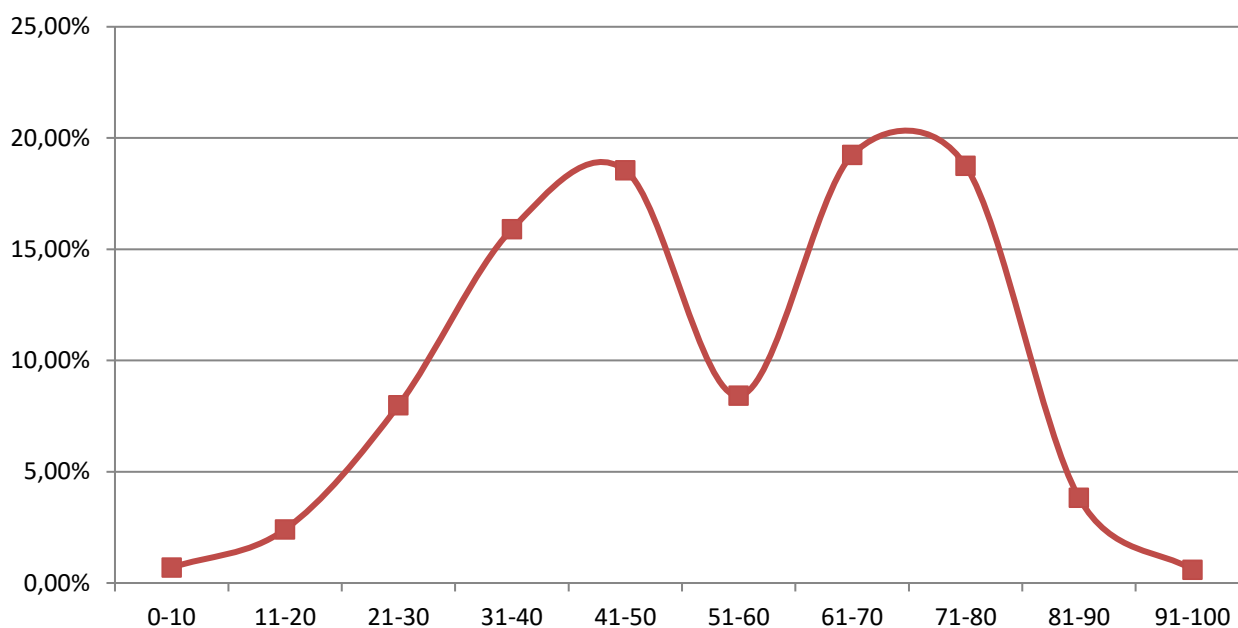
1.7. ВЫВОДЫ о характере изменения количества участников ЕГЭ по учебному предмету.

Сохраняется тенденция уменьшения количества участников, выбравших профильный уровень экзамена по математике. Данная динамика говорит о более осознанном подходе к выбору уровня сложности экзамена по математике.

РАЗДЕЛ 2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЕГЭ ПО ПРЕДМЕТУ

2.1. Диаграмма распределения тестовых баллов по предмету в 2020 г.

Математика (профильная)



2.2. Динамика результатов ЕГЭ по предмету за последние 3 года

Таблица 2-7

	Субъект РФ		
	2018 г.	2019 г.	2020 г.
Не преодолели минимального балла, %	5,70%	2,05%	5,68%
Средний тестовый балл	49,67	57,06	54,47
Получили от 81 до 99 баллов, %	1,62%	5,78%	4,59%
Получили 100 баллов, чел.	0	3	0

2.3. Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки:

2.3.1. в разрезе категорий участников ЕГЭ

Таблица 2-8

	Выпускники текущего года, обучающиеся по программам СОО	Выпускники текущего года, обучающиеся по программам СПО	Выпускники прошлых лет	Участники ЕГЭ с ОВЗ
Доля участников, набравших балл ниже минимального	5,30%	40,00%	11,83%	3,45%
Доля участников, получивших тестовый балл от минимального балла до 60 баллов	50,04%	60,00%	56,99%	65,52%
Доля участников, получивших от 61 до 80 баллов	40,18%	0,00%	22,58%	17,24%
Доля участников, получивших от 81 до 99 баллов	4,48%	0,00%	8,60%	13,79%
Количество участников, получивших 100 баллов	0	0	0	0

2.3.2. в разрезе типа ОО

Таблица 2-9

Тип ОО	Доля участников, получивших тестовый балл				Количество участников, получивших 100 баллов
	ниже минимального	от минимального до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 99 баллов	
СОШ	5,86%	53,77%	37,24%	3,14%	0
СОШ с УИОП	2,33%	54,26%	40,31%	3,10%	0
«Гимназия»	3,36%	36,93%	0,00%	9,11%	0
«Лицей»	3,83%	43,36%	45,72%	7,08%	0
ОСОШ	42,86%	57,14%	0,00%	0,00%	0

2.3.3. Основные результаты ЕГЭ по предмету в сравнении по АТЕ

Таблица 2-10

№	Наименование АТЕ	Доля участников, получивших тестовый балл				Количество участников, получивших 100 баллов
		ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 99 баллов	
1.	Липецкий район	3,88%	58,25%	35,92%	1,94%	0
2.	Воловский район	9,09%	68,18%	22,73%	0,00%	0
3.	Грязинский район	3,01%	51,88%	38,35%	6,77%	0
4.	Данковский район	4,04%	61,62%	31,31%	3,03%	0
5.	Добровский район	10,94%	59,38%	26,56%	3,13%	0
6.	Долгоруковский район	2,38%	61,90%	33,33%	2,38%	0
7.	Добринский район	0,00%	63,04%	32,61%	4,35%	0
8.	Елецкий район	3,70%	57,41%	37,04%	1,85%	0
9.	Задонский район	17,02%	36,17%	40,43%	6,38%	0
10.	Измалковский район	13,89%	58,33%	25,00%	2,78%	0
11.	Краснинский район	0,00%	68,18%	27,27%	4,55%	0
12.	Лебедянский район	12,20%	51,22%	35,37%	1,22%	0
13.	Лев-Толстовский район	4,88%	63,41%	29,27%	2,44%	0
14.	Становлянский район	6,67%	56,67%	36,67%	0,00%	0
15.	Тербунский район	0,00%	64,58%	33,33%	2,08%	0
16.	Усманский район	5,68%	52,27%	42,05%	0,00%	0
17.	Хлевенский район	8,82%	61,76%	29,41%	0,00%	0
18.	Чаплыгинский район	1,39%	47,22%	48,61%	2,78%	0
19.	г. Елец	2,34%	44,86%	46,26%	6,54%	0
20.	г. Липецк	5,41%	46,41%	42,83%	5,35%	0

2.5. ВЫВОДЫ о характере изменения результатов ЕГЭ по предмету

Рассмотрев статистические данные можно сделать вывод об ухудшении результата на ЕГЭ 2020 по математике профильного уровня в сравнении с прошлым годом. Например, количество участников, не преодолевших порога успешности, увеличилось на 3,63%. При этом средний

балл выполнения заданий уменьшился на 2,59%. Количество участников экзамена, набравших более 80%, уменьшилось с 5,78% до 4,59%, а количество участников экзамена в Липецкой области в 2020, набравших сто баллов, равно нулю (в прошлом году – 3 человека).

РАЗДЕЛ 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ ИЛИ ГРУПП ЗАДАНИЙ

3.1. Краткая характеристика КИМ по учебному предмету

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований для составления КИМ, демонстрационный вариант, система оценивания экзаменационной работы) сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий.

ЕГЭ по математике (профильный уровень) проводился с использованием стандартизированного инструментария – контрольных измерительных материалов (КИМ), содержание и структура которых полностью соответствовали требованиям к уровню подготовки выпускников средней общеобразовательной школы. Все задания были объединены в тематические блоки:

1) Алгебра (1.1. Числа, корни и степени; 1.2. Основы тригонометрии; 1.3. Логарифмы; 1.4. Преобразования выражений);

2) Уравнения и неравенства (2.1. Уравнения; 2.2. Неравенства);

3) Функции (3.1. Определение и график функции; 3.2. Элементарное исследование функций; 3.3. Основные элементарные функции);

4) Начала математического анализа (4.1. Производная; 4.2. Исследование функций; 4.3. Первообразная и интеграл);

5) Геометрия (5.1. Планиметрия; 5.2. Прямые и плоскости в пространстве; 5.3. Многогранники; 5.4. Тела и поверхности вращения; 5.5. Измерение геометрических величин; 5.6. Координаты и векторы);

6) Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (6.1. Элементы комбинаторики; 6.2. Элементы статистики; 6.3. Элементы теории вероятностей).

На выполнение экзаменационной работы отводилось 3 часа 55 минут (235 минут).

По сравнению с моделью 2019 г. изменения структуры и содержания КИМ отсутствовали.

Часть 1 содержала 8 заданий (задания 1-8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, проверяющих освоение базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Часть 2 содержала 4 задания (задания 9-12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13-19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий), проверяющих освоение математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне

Выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания 1-8) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяли базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы были включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

В целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов, задания части 2 работы были предназначены для проверки знаний на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние три задания части 2 предназначались для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

	Часть 1	Часть 2
	8	11
Тип заданий и форма ответа	1-8 с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби	9-12 с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби 13-19 с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий)
Назначение	Проверка освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.	Проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне.
Уровень сложности	Базовый	Повышенный и высокий
Проверяемый учебный материал курсов математики	<ol style="list-style-type: none"> 1. Математика 5-6-х классов 2. Алгебра 7-9-х классов 3. Алгебра и начала анализа 10-11-х классов 4. Теория вероятностей и статистика 7-9-х классов 5. Геометрия 7-11-х классов 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Алгебра 7-9-х классов 2. Алгебра и начала анализа 10-11-х классов 3. Геометрия 7-11-х классов

Распределение заданий по уровню сложности

Таблица 3-14

Уровень сложности заданий	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного уровня сложности от максимального первичного балла за всю работу, равного 32
Базовый	8	8	25%
Повышенный	9	16	50%
Высокий	2	8	25%
Итого	19	32	100%

Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета

Таблица 3-15

Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета	Задания базового уровня сложности	Задания повышенного и высокого уровней сложности	Доля баллов за задания базового уровня, %	Доля баллов за задания повышенного и высокого уровня, %
Алгебра, функции (6 заданий / 11 баллов)	1	9, 10, 12, 17, 19	3,13%	31,25%
Уравнения и неравенства (5 заданий / 10 баллов)	5	11, 13, 15, 18	3,13%	28,13%
Начала математического анализа (2 задания / 2 балла)	2, 7	нет	6,25%	0,00%
Геометрия (5 заданий / 8 баллов)	3, 6, 8	14, 16	9,38%	15,63%
Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (1 задание / 1 балл)	4	нет	3,13%	0,00%

Содержание и структура экзаменационной работы дали возможность достаточно полно проверить комплекс умений по предмету:

- 1) умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- 2) умения выполнять вычисления и преобразования;
- 3) умения решать уравнения и неравенства;
- 4) умения выполнять действия с функциями;
- 5) умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- 6) умения строить и исследовать математические модели.

Распределение заданий по проверяемым умениям и видам деятельности

Таблица 3-16

Распределение заданий по проверяемым умениям и видам деятельности	Задания базового уровня сложности	Задания повышенного и высокого уровней сложности	Доля баллов за задания базового уровня, %	Доля баллов за задания повышенного и высокого уровня, %
Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (4 задания / 6 баллов)	1, 2	10, 17	6,25%	12,50%
Уметь выполнять вычисления и преобразования (1 задание / 1 балл)	нет	9	0,00%	3,13%
Уметь решать уравнения и неравенства (4 задания / 9 баллов)	5	13, 15, 18	3,13%	25,00%
Уметь выполнять действия с функциями (2 задания / 2 балла)	7	12	3,13%	3,13%
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами (5 заданий / 8 баллов)	3, 6, 8	14, 16	9,38%	15,63%
Уметь строить и исследовать математические модели (3 задания / 6 баллов)	4	11, 19	3,13%	15,63%

Сохранена успешно зарекомендовавшая себя система оценивания заданий с развернутым ответом. Указанная система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы и записи развернутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенным в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Минпросвещения России к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

3.2. Анализ выполнения заданий КИМ

Таблица 3-1

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ¹				
			средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	83,34	33,14	80,12	93,22	97,01
2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Б	97,40	80,47	97,41	99,57	100,00
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	92,17	54,44	91,29	98,18	97,76
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	95,48	68,05	95,64	98,87	99,25
5	Уметь решать уравнения и неравенства	Б	96,44	65,68	97,35	99,39	100,00
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	84,88	35,50	80,87	95,74	97,76
7	Уметь выполнять действия с функциями	Б	72,87	26,04	63,04	89,31	98,51
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	60,28	9,47	44,11	83,75	100,00
9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	П	60,45	1,78	41,59	88,88	97,01

¹ Вычисляется по формуле $p = \frac{N}{nm} \cdot 100\%$, где N – сумма первичных баллов, полученных всеми участниками группы за выполнение задания, n – количество участников в группе, m – максимальный первичный балл за задание.

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в субъекте Российской Федерации ¹				
			средний	в группе не преодолевших минимальный балл	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	76,02	8,88	67,12	94,53	99,25
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	П	67,43	7,69	53,30	90,44	100,00
12	Уметь выполнять действия с функциями	П	52,38	3,55	33,76	78,71	91,79
13	Уметь решать уравнения и неравенства	П	36,95	0,30	9,43	70,59	95,90
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	3,66	0,00	0,07	4,08	44,03
15	Уметь решать уравнения и неравенства	П	15,02	0,00	0,65	26,41	93,66
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	П	0,79	0,00	0,02	0,26	14,68
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	24,76	0,00	1,57	49,49	97,76
18	Уметь решать уравнения и неравенства	П	1,87	0,00	0,00	1,30	29,66
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	П	2,13	0,00	0,27	3,00	17,72

Задания части 1 были составлены на основе курсов математики 5-6 классов, алгебры и геометрии 7-11 классов. Эти задания обеспечили достаточную полноту проверки овладения материалом указанных курсов на базовом уровне сложности.

Как и ожидалось, достаточно высоким оказался процент выполнения заданий 1-6. Это связано с тем, что большинство обучающихся, для которых важно преодолеть порог, нацелены на выполнение этих самых простейших заданий, а для более сильных участников ЕГЭ эти задания не составляют труда.

Сложным оказалось задание 12. Это задание традиционно вызывает сложности у учеников (на нахождение экстремальных значений функции):

12 Найдите точку минимума функции $y = (x + 5) \cdot e^{x-5}$.

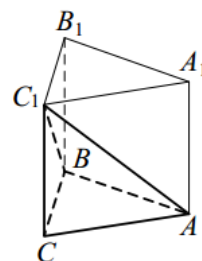
Ответ: _____.

(вариант № 325)

Количество решивших это задание практически не меняется из года в год, что говорит о непонимании школьниками темы «Применение производной к исследованию функций».

Не менее затруднительным для школьников оказалось 8 задание на распознавание геометрических фигур (тел) и нахождения объема многогранника (вариант № 325):

- 8** Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 7, а боковое ребро равно 9.



Ответ: _____.

Стереометрия, как и прежде, остаётся «недосягаемой» большому количеству учеников общеобразовательной школы.

В 2020 году низок процент выполнения задания 9 на нахождение значения выражения (60,45%):

- 9** Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

На наш взгляд, учащиеся плохо ориентируются в тригонометрических формулах.

В очередной раз, следует констатировать факт, что задания, которые необходимо решить для преодоления порогового уровня (не имеющие к профильному уровню математики ни малейшего отношения), по-прежнему можно выполнить не изучая материал 10-11 классов.

Задания части 2 были составлены на основе курсов алгебры и начал анализа 7-11 классов и геометрии 7-11 классов. Эти задания обеспечили достаточную полноту проверки овладения материалом указанных курсов как на повышенном, так и на высоком уровне сложности. От экзаменуемых требовалось применить свои знания либо в измененной, либо в новой для них ситуации. При этом они должны были проанализировать ситуацию, самостоятельно «сконструировать» математическую модель и способ решения, используя знания из различных разделов школьного курса математики, обосновать и математически грамотно записать полученное решение.

Результаты выполнения этих заданий позволяют осуществить более тонкую дифференциацию выпускников по уровню математической подготовки и осуществить объективный и обоснованный отбор в вузы наиболее подготовленных абитуриентов.

Задание № 13 – типовое задание на применение формул приведения, однако с ним не справилось 63,05% сдававших ЕГЭ. В 2020 году оно не содержало никакой «математической новизны». К сожалению, оно оказалось проблематичным для многих выпускников, не имеющих прочных знаний о равносильных преобразованиях тригонометрических уравнений.

Выпускникам были предложены для решения тригонометрические уравнения, содержащие две тригонометрические функции различных аргументов. Одна из функций содержала аргумент, позволяющий выполнить преобразования с помощью формул приведения, а вторая – синус двойного угла. Например:

$$2\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin 2x = 0.$$

Достаточно большое количество экзаменуемых допускали деление на тригонометрическую функцию, а не вынос этой функции за скобку.

То есть, приведя уравнение к виду

$$2\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x = 0,$$

производили деление на $\cos x$ и, тем самым, теряли корень $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

Были приведены и другие решения: сначала использовали формулы понижения степени к первому слагаемому, формулы приведения, а затем сведения к однородному уравнению второй степени. Выполнив такую «цепочку преобразований», выпускники применяли метод деления на квадрат одной из функций.

$$\begin{aligned}1 - \cos(\pi - 2x) + \sin 2x &= 0 \\1 + \cos 2x + \sin 2x &= 0 \\ \cos^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x \cdot \cos x &= 0 \\ 2\cos^2 x + 2\sin x \cdot \cos x &= 0 \quad | : 2\cos^2 x \\ \operatorname{tg} x &= -1\end{aligned}$$

В результате – опять потеря корней. Что является грубой ошибкой.

Другими ошибками следует отметить неточное знание формул решений простейших уравнений, а также неумение правильно найти нужное значение аркфункции. Совсем незначительное количество работ (по сравнению с прошлым годом) имело арифметические ошибки, повлиявшие на выставление баллов.

Отбор корней в пункте б) не всегда был выполнен обоснованно.

Например, выполняя отбор корней на тригонометрической окружности выпускники не показывали на рисунке либо границы отрезка, либо названия «нужных точек». Или, выполняя отбор подстановкой вместо n целых значений, перебор начинали и останавливали только на корнях, принадлежащих отрезку.

Геометрические задания повышенного уровня 14 (стереометрия) и 16 (планиметрия) проверяли умения выполнять действия с геометрическими фигурами. Оба задания содержали два пункта: первый – на доказательство, второй – на вычисление.

Задание № 14 (вариант № 325).

- 14** В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 8, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах AB и SB отмечены точки M и K соответственно, причём $AM = 2$, $SK = 1$.
- а) Докажите, что плоскость CKM перпендикулярна плоскости ABC .
- б) Найдите объём пирамиды $BCKM$.

Решаемость этого задания – 3,66%. Типичные нарушения при доказательстве пункта а):

- не проводилось доказательство подобия двух пар треугольников, из которого следует доказательство параллельности прямых, являющихся высотами пирамид;
- доказательство перпендикулярности двух плоскостей проведено формально, то есть без обоснования того, что одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, а именно: отсутствовало доказательство факта перпендикулярности прямой плоскости. Обучающиеся просто приводили словесную формулировку признака без каких-либо доказательств.

При нахождении объёма пирамиды в пункте б) допускались:

- вычислительные ошибки;
- ошибки при нахождении площади прямоугольного треугольника (нахождение произведения катетов без деления на 2);
- неверное нахождение высоты пирамиды (ошибки в вычислениях);
- ошибки в формуле нахождения объёма пирамиды.

Задание № 16 (вариант № 325).

- 16** На сторонах AB , BC и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 , A_1 и B_1 соответственно, причём $AC_1 : C_1B = 21 : 10$, $BA_1 : A_1C = 2 : 3$, $AB_1 : B_1C = 2 : 5$. Отрезки BB_1 и CC_1 пересекаются в точке D .
- а) Докажите, что четырёхугольник ADA_1B_1 — параллелограмм.
- б) Найдите CD , если отрезки AD и BC перпендикулярны, $AC = 63$, $BC = 25$.

Решаемость этого задания – 0,79%. Планиметрию изучают в 7-9 классах, на изучение отводится 2 часа в неделю, что конечно недостаточно для того, чтобы хорошо, основательно изучить свойства геометрических фигур и научиться применять их при решении задач. Каждая задача по геометрии уникальна по своему содержанию, алгоритмический подход здесь не сработает, поэтому большинство детей вообще не приступили к его выполнению. Наибольшие затруднения учащиеся испытывали при оформлении доказательства (неверно составлялись отношения в подобных треугольниках, неверно использовалась теорема Менелая и др.). Это связано, скорее всего с тем, что уровень преподавания геометрии в массовой школе остаётся недостаточно высоким.

Задание № 15 (вариант № 325).

15 Решите неравенство $x^2 \log_{625}(6-x) \leq \log_5(x^2 - 12x + 36)$.

Решаемость этого задания – 15,02%.

Проверка показала, что выпускники использовали различные методы решения неравенств, но перед выбором метода решения необходимо было выполнить некоторые преобразования, связанные с применением свойств логарифмов и учетом ОДЗ (преобразовать неравенство до стандартного вида).

И здесь можно выделить следующие наиболее часто встречающиеся ошибки:

- в решении неравенства $(x - 6)^2 > 0$ при нахождении ОДЗ;
- в ситуации с переходом $\log_5(x - 6)^2 = 2 \log_5|x - 6| = 2 \log_5(6 - x)$ с учетом ОДЗ неравенства;
- не находят ОДЗ или записывают его, но потом забывают совместить условия ОДЗ с полученным решением.

Вместе с тем можно выделить типичные ошибки учащихся при использовании различных способов решения данного смешанного неравенства.

Переход к совокупности двух систем: основные ошибки связаны с рассмотрением только одной системы, при этом не был рассмотрен второй случай; с неверным раскрытием комбинаций совокупностей и систем; выбором ответа при пересечении и объединении множеств; включением или исключением концов промежутков в соответствии со строгостью знака неравенства.

Обобщенный метод интервалов: формальное выполнение шагов метода интервалов и отдельных этапов без понимания его сути; расстановка знаков на числовой прямой без учета области определения функции. В результате определяется и отмечается на числовой прямой знак функции на промежутках, в которых она не определена.

Метод рационализации: применение метода рационализации к неравенству, не приведенному к стандартному виду; неверное избавление от знаков логарифма.

Проверка умения решать неравенства выявила, что школьники решают сложные неравенства и не умеют решать простейшие квадратные неравенства.

С задачей 17, направленной на проверку умений использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задача с экономической фабулой),

не справились 75,24% сдававшим ЕГЭ по математике (профильный уровень), что ещё раз указывает на оторванность школьной математики от реальной жизни учащихся.

17 В июле 2026 года Иванов планирует взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2027, 2028 и 2029 годов долг остаётся равным S тыс. рублей;
- выплаты в 2030 и 2031 годах равны по 338 тыс. рублей;
- к июлю 2031 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

(вариант № 325)

Типичные ошибки выпускников можно выделить в зависимости от полученных баллов.

Получивших 0 баллов выпускников, представивших решение, можно разделить на две группы по типам ошибок. Выпускники из первой группы формально использовали одну из стандартных схем решения экономических задач, совсем не понимая условия конкретного номера экзаменационного варианта.

Вторая группа выпускников в целом разобралась в условии задачи, но не сумела верно составить математическую модель из-за невнимательности к деталям. Больше всего проблем было с нахождением начислений и выплат в первые три года:

- не учтено условие ежегодного начисления процентов и их ежегодного погашения в первые три года, то есть выплаты в эти годы считались равными нулю, раз сумма долга не менялась.
- не найдена связь между первыми тремя выплатами и процентами по кредиту, что не позволило найти сумму кредита верно.

Выпускники, получившие 1 балл за номер 17, правильно поняли условие задачи, верно составили математическую модель и высчитали сумму кредита. Их типичные ошибки были при подсчете итоговой суммы выплат за 5 лет, что и являлось вопросом в данном номере проверяемых вариантов:

- к сумме выплат дополнительно прибавлялась сумма кредита;
- терялась одна из выплат, чаще всего в первые три года.

Ошибки у получивших 2 балла, в основном, были вычислительные, чаще всего из-за неправильного количества нулей при переходе от тысяч рублей к рублям, так как в остальном вычисления были несложные. С обоснованием решения проблем не возникло.

К алгебраическим заданиям высокого уровня относились задания второй части 18 и 19 с развёрнутым ответом. Задания высокого уровня сложности – это задания не на применение одного метода решения, а на комбинацию различных методов. Для успешного выполнения задания 18 необходим, кроме прочных математических знаний, также высокий уровень математической культуры.

Задание № 18 (вариант № 325).

18 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_7(36 - y^2) = \log_7(36 - a^2 x^2), \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решаемость этого задания – 1,87%. Анализ результатов показал, что если обучающиеся решали задачу аналитически, то больше одного балла не получали, так как получая после подстановки уравнение с параметром, не смогли продолжить исследование. Большинство экзаменуемых при переходе от первого логарифмического уравнения забывали писать условие существования логарифма, и получали 0 баллов.

Типичные ошибки:

- при решении уравнения $y^2 = a^2x^2$ учащиеся получали только уравнение $y = ax$;
- записав условие существования логарифма, не указывали его на чертеже, тем самым получая лишнюю часть рисунка;
- забывали рассмотреть случай, когда одна из прямых являлась касательной к окружности.

Задание № 19 (вариант № 325).

19

На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 3, к каждому числу из второй группы — цифру 7, а числа из третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 8 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 17 раз?
- в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?

Решаемость этого задания – 2,13%. Задача а) самая доступная и наиболее решаемая, частая ошибка - неверно приведенные расчеты. Часть б) требует использования логики доказательства - цепочки рассуждений, например, от противного, и приведения к противоречию. Частая ошибка при решении этого пункта - приведение ряда частных случаев, не являющихся доказательством общего. Также часто неверно трактовалось условие вида «... Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 17 раз?» Оно понималось большим количеством решающих как «... хотя бы в 17 раз». Типичные ошибки в части в) - поиск ответа без приведения оценки; попытка рассмотреть ряд частных случаев, как и в б); неверная трактовка условия.

3.3. ВЫВОДЫ об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий:

Анализ данных о результатах выполнения заданий ЕГЭ 2020 г. по математике (профильный уровень) учащимися Липецкой области показывает, что использованные КИМы в целом соответствуют целям и задачам проведения экзамена, **позволяют дифференцировать** выпускников с различной мотивацией и уровнем подготовки по ключевым разделам курса математики.

На основе анализа решений заданий с развернутым ответом выделим **типичные ошибки** в экзаменационных работах. Выпускники:

- 1) не знают табличные значения тригонометрических функций;
- 2) не умеют решать простейшие тригонометрические уравнения;
- 3) не владеют методами отбора корней и уравнений (с помощью числовой окружности, графически, оценкой параметра n);
- 4) допускают ошибки при применении метода решения тригонометрического уравнения вынесением общего множителя за скобки;
- 5) не умеют выполнять геометрические построения на плоскости и в пространстве, не умеют доказывать геометрические утверждения;
- 6) допускают ошибки при решении логарифмических неравенств, дробно-рациональных неравенств;
- 7) забывают находить и ошибаются в нахождении ОДЗ при решении неравенств;
- 8) затрудняются математически грамотно записать найденный ответ в задании и обосновать его (задания 18, 19).

Раздел 4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ СУБЪЕКТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Итоги ЕГЭ по математике позволяют высказать некоторые общие рекомендации, направленные на совершенствование процесса обучения математике в Липецкой области.

Основная проблема – формализм в преподавании предмета. ЕГЭ, с одной стороны, помог явно обозначить эту проблему, а с другой стороны, сама эта форма проведения экзамена данную проблему усугубляет. Вместо формирования осознанных знаний по предмету происходит механическое «натаскивание» на решение задач, причём речь идёт о задачах, решение которых основано на простейших алгоритмах. В связи с этим необходимо сделать акцент на теоретической базе при решении заданий различного типа, отходя от алгоритмизации решений.

Самые низкие результаты учащиеся показали при решении задач, которые труднее всего поддаются алгоритмизации: задачи по геометрии и прикладные задачи (умение «читать» графики, решать «сюжетные» задачи и т.п.). В процессе подготовки к экзамену необходимо использовать имеющиеся в достаточном количестве дополнительные материалы, а не только механически «прорешивать» задачи из открытого банка данных ФИПИ.

Основное внимание при подготовке обучающихся к итоговой аттестации должно быть сосредоточено на подготовке именно к выполнению части 1 экзаменационной работы. И дело не в том, что успешное выполнение заданий этой части обеспечивает получение удовлетворительного тестового балла, а в том, что это дает возможность обеспечить повторение значительно большего объема материала, сосредоточить внимание обучающихся на обсуждении «подходов» к решению тех или иных задач, выбору способов их решения и сопоставлению этих способов, проверке полученных ответов на правдоподобие и т.п. Необходимо усилить работу по повышению уровня вычислительных навыков учащихся (например, с помощью устной работы на уроках: применение арифметических законов действий при работе с рациональными числами, свойства степеней, корней, математических диктантов и др.), что позволит им успешно выполнить задания, избежав досадных ошибок, применяя рациональные методы вычислений.

Для успешного выполнения заданий 1-17 необходим дифференцированный подход в работе с наиболее подготовленными выпускниками. Это относится и к работе на уроке, и к дифференциации домашних заданий и заданий, предлагающихся обучающимся на контрольных, проверочных, диагностических работах.

Особое внимание необходимо обратить на решение тригонометрических уравнений повышенного уровня сложности. Требуется знание значений тригонометрических функций для углов 1 четверти; тригонометрических формул; умение работать с тригонометрическим кругом. Также необходимо подчеркнуть важность корректного отбора корней данного уравнения. Необходимо использовать различные способы отбора, а также графическую иллюстрацию отрезка, на котором необходимо отобрать корни.

Типичные ошибки выпускников при решении задачи № 17 указывают на необходимость более эффективно организовать работу по обучению решению экономических задач, а также рассмотрению различных их типов. Построить работу по устранению ошибок с учетом требований от выпускников: знания терминологии и понятий, связанных с экономической задачей; уверенного владения данными понятиями; умения решать задачи на проценты различных типов; внимательного прочтения условия задачи с учетом всех его особенностей; проверки полученного ответа на «здравый смысл». Педагогам следует отказаться от «натаскивания» на решение задач определенных типов, имеющих в сборниках, по схемам и готовым формулам без понимания сути экономических задач и исключить зазубривания данных методов, так как условия задач постоянно меняются.

Необходимо обратить самое внимание на изучение геометрии – непосредственно с 7 класса, когда начинается систематическое изучение этого предмета. Причем речь идет не о «натаскивании» на решение конкретных задач, предлагавшихся в различных вариантах ЕГЭ, а о систематическом изучении предмета. Подготовку выпускников к ЕГЭ следует начинать не с рассмотре-

ния примеров решения геометрических задач № 14 и 16, а с изучения свойств геометрических фигур и их элементов. После изучения теории, обучающимся следует браться за самостоятельное решение задач. Лучше решать задачи блоками по фигурам, например «Прямоугольный треугольник и его элементы», «Треугольник и его элементы» и т.д.

Необходимо как можно раньше начинать работу с текстом на уроках математики, формировать умение его проанализировать и сделать из него выводы. Такая работа должна вестись с 5 по 11 класс – это поможет при решении задач № 17 и 19.

Подготовить даже очень сильных обучающихся к выполнению заданий типа 18-19 в условиях базовой школы не представляется возможным. Для этого необходима серьезная кружковая, факультативная и т.п. работа под руководством специально подготовленных преподавателей. Подготовка к выполнению задания 19 должна осуществляться на протяжении изучения всего курса математики в школе. Например, в виде решения «трудной» олимпиадной задачи, которая перед началом урока записана на доске и учащиеся, справившиеся с планом урока раньше других, в свободное время имеют возможность подумать над числовым набором в предлагаемых условиях. Учителю же необходимо должное внимание уделять построению обоснования данных примеров вместе с учащимися в конце урока. Необходимо постоянное поддержание интереса и мотивации; развитие мышления ученика, через решение задач нестандартных и повышенной сложности, головоломок, участие в олимпиадах; развитие логического мышления, умения доказывать и рассуждать, накопление различных способов и приемов, математического доказательства.

СОСТАВИТЕЛИ ОТЧЕТА:

Организация: Областное казённое учреждение «Центр мониторинга и оценки качества образования Липецкой области»

<i>Ответственный специалист, выполнявший анализ результатов ЕГЭ по предмету</i>	<i>ФИО, место работы, должность, ученая степень, ученое звание</i>	<i>Принадлежность специалиста к региональной ПК по предмету (при наличии)</i>
Математика	<p align="center">Щербатых Сергей Викторович, проректор по учебной работе, профессор кафедры математики и методики её преподавания ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», доктор педагогических наук, профессор</p>	<p align="center">Председатель предметной комиссии ЕГЭ по математике</p>