

Часть 2. Методический анализ результатов ОГЭ по учебному предмету «Математика»

2.1. Количество участников ОГЭ по математике (за последние 3 года)

Таблица 6

Участники ОГЭ	2017		2018		2019	
	чел.	% ¹	чел.	%	чел.	%
Выпускники текущего года, обучающихся по программам ООО	9830	100,00%	10579	100,00%	10298	100,00%
Выпускники лицеев и гимназий	1954	19,88%	1974	18,66%	1927	18,71%
Выпускники ООШ	353	3,59%	418	3,95%	423	4,11%
Обучающиеся на дому	4	0,04%	8	0,08%	18	0,17%
Участники с ограниченными возможностями здоровья	100	1,02%	112	1,06%	103	1,06%

ВЫВОД о характере изменения количества участников ОГЭ по предмету.

Так как экзамен по математике является обязательным, то количество сдающих ОГЭ из года в год практически не меняется и соответствует количеству детей, обучающихся в 9 классах, за исключением сдающих ГВЭ. Таблица 6 показывает, что аналогичная ситуация наблюдается и по отдельным категориям сдающих ОГЭ, так, например, практически не меняется число выпускников 9 классов лицеев и гимназий, основных образовательных школ, которое обусловлено количеством набираемых этими школами классов и наполняемостью последних. Более чем в два раза увеличилось количество детей, сдающих ОГЭ, из числа обучающихся на дому, однако в сумме с количеством детей с ограниченными возможностями число таких участников ОГЭ также практически не меняется.

2.2. Основные результаты ОГЭ по предмету

2.2.1. Динамика результатов ОГЭ по предмету за 3 года

Таблица 7

	2017 г.		2018 г.		2019 г.	
	чел.	% ²	чел.	%	чел.	%
Получили «2»	48	0,49	44	0,42	240	2,33
Получили «3»	3514	35,75	4546	42,98	4145	40,25
Получили «4»	4906	49,91	4739	44,80	4626	44,92
Получили «5»	1361	13,85	1249	11,81	1287	12,50

1 % - Процент от общего числа участников по предмету

2 % - Процент от общего числа участников по предмету

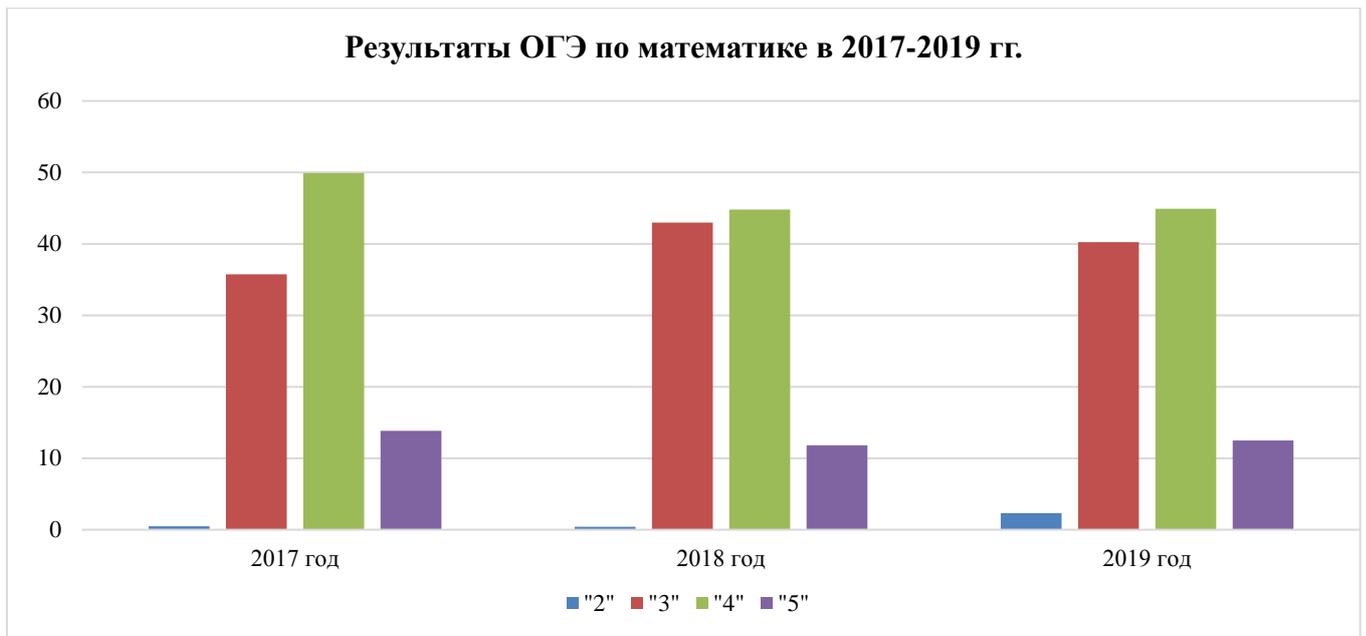


Рисунок 1

Процент достигших уровня обученности и качество обучения за последние три года приведен в следующей таблице (приведены результаты до пересдачи экзамена):

Таблица 7.1

	Уровень обученности (%) (участники, получившие «3», «4» и «5»)	Качество обучения (%) (участники, получившие «4» и «5»)
2017 год	99,51	63,76
2018 год	99,59	56,61
2019 год	97,67	57,42

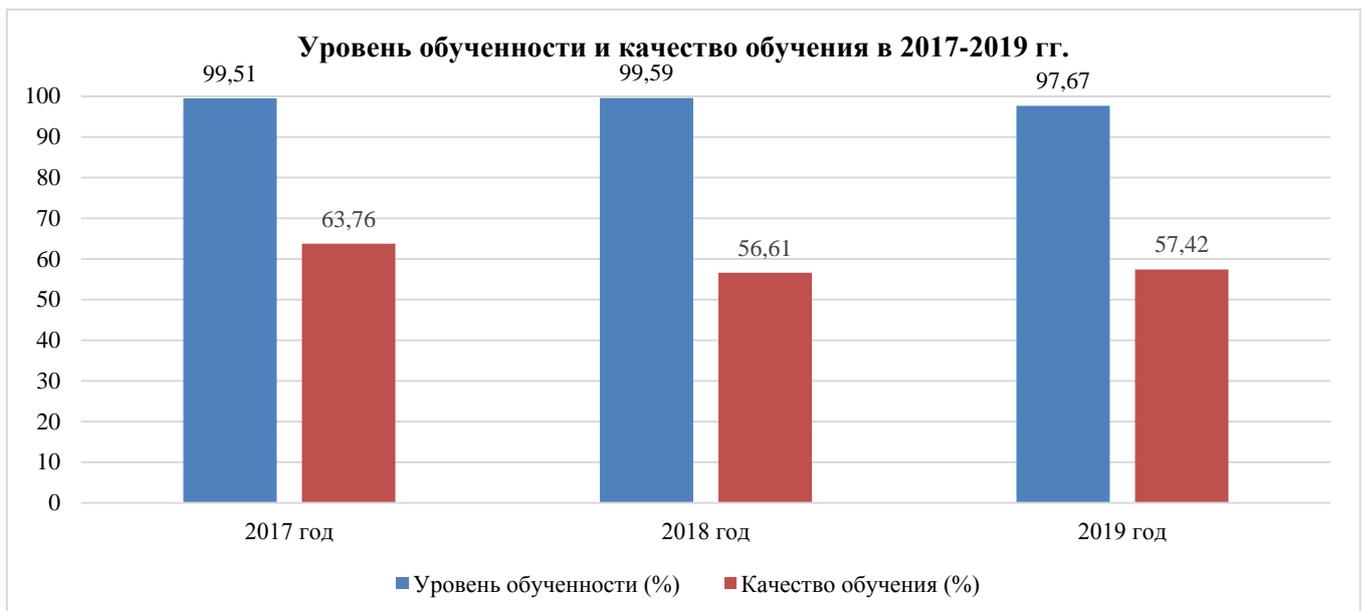


Рисунок 2

2.2.2. Результаты ОГЭ по АТЕ региона

Таблица 8

АТЕ	Всего участников	Участников с ОВЗ	«2»		«3»		«4»		«5»	
			чел.	%	чел.	%	чел.	%	чел.	%
Липецкий район	434	2	0	0	232	53,46	160	36,87	42	9,68
Воловский район	93	3	4	4,3	40	43,01	41	44,09	8	8,6
Грязинский район	715	2	0	0	393	54,97	276	38,6	46	6,43
Данковский район	279	0	0	0	158	56,63	89	31,9	32	11,47
Добровский район	187	2	5	2,67	99	52,94	66	35,29	17	9,09
Долгоруковский район	151	0	14	9,27	69	45,7	55	36,42	13	8,61
Добринский район	296	4	0	0	135	45,61	135	45,61	26	8,78
Елецкий район	238	0	2	0,84	99	41,6	113	47,48	24	10,08
Задонский район	269	0	1	0,37	115	42,75	137	50,93	16	5,95
Измалковский район	150	0	0	0	57	38	62	41,33	31	20,67
Краснинский район	126	0	5	3,97	75	59,52	39	30,95	7	5,56
Лебедянский район	413	3	0	0	151	36,56	213	51,57	49	11,86
Лев-Толстовский район	132	2	0	0	69	52,27	47	35,61	16	12,12
Становлянский район	166	0	5	3,01	50	30,12	93	56,02	18	10,84
Тербунский район	216	2	11	5,09	88	40,74	89	41,2	28	12,96
Усманский район	404	0	3	0,74	225	55,69	149	36,88	27	6,68
Хлевенский район	196	0	0	0	84	42,86	88	44,9	24	12,24
Чаплыгинский район	291	0	32	11	127	43,64	109	37,46	23	7,9
г. Елец	922	22	4	0,43	249	27,01	476	51,63	193	20,93
г. Липецк	4616	57	154	3,34	1629	35,29	2186	47,36	647	14,02

Таблица 8.1

АТЕ	Всего участников	Доля участников, получивших отметку					
		"2"	"3"	"4"	"5"	"4" и "5" (качество обучения)	"3", "4" и "5" (уровень обученности)
Липецкий район	434	0	53,46	36,87	9,68	46,55	100
Воловский район	93	4,3	43,01	44,09	8,6	52,69	95,7
Грязинский район	715	0	54,97	38,6	6,43	45,03	100
Данковский район	279	0	56,63	31,9	11,47	43,37	100
Добровский район	187	2,67	52,94	35,29	9,09	44,38	97,32
Долгоруков-ский район	151	9,27	45,7	36,42	8,61	45,03	90,73
Добринский район	296	0	45,61	45,61	8,78	54,39	100
Елецкий район	238	0,84	41,6	47,48	10,08	57,56	99,16
Задонский район	269	0,37	42,75	50,93	5,95	56,88	99,63
Измалковский район	150	0	38	41,33	20,67	62	100
Краснинский район	126	3,97	59,52	30,95	5,56	36,51	96,03
Лебедянский район	413	0	36,56	51,57	11,86	63,43	99,99
Лев-Толстовский район	132	0	52,27	35,61	12,12	47,73	100
Становлянский район	166	3,01	30,12	56,02	10,84	66,86	96,98
Тербунский район	216	5,09	40,74	41,2	12,96	54,16	94,9
Усманский район	404	0,74	55,69	36,88	6,68	43,56	99,25
Хлевенский район	196	0	42,86	44,9	12,24	57,14	100
Чаплыгинский район	291	11	43,64	37,46	7,9	45,36	89
г. Елец	922	0,43	27,01	51,63	20,93	72,56	99,57
г. Липецк	4616	3,34	35,29	47,36	14,02	61,38	96,67

2.2.3. Результаты по группам участников экзамена с различным уровнем подготовки с учетом типа ОО³

Таблица 9

№ п/п	Тип ОО	Доля участников, получивших отметку					
		"2"	"3"	"4"	"5"	"4" и "5" (качество обучения)	"3", "4" и "5" (уровень обученности)
1.	СОШ	2,43	42,96	43,92	10,69	54,61	97,57
2.	СОШ "с УИОП"	2,81	33,33	51,90	11,95	63,85	97,19
3.	"Гимназия"	0,40	24,77	53,58	21,25	74,82	99,60
4.	"Лицей"	1,28	35,65	42,93	20,13	63,06	98,72
5.	ООШ	3,55	51,06	37,35	8,04	45,39	96,45
6.	О(С)ОШ	33,33	52,38	14,29	0,00	14,29	66,67

2.2.4. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших наиболее высокие результаты ОГЭ по предмету (таблица 10):

○ доля участников ОГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет *максимальные значения* (по сравнению с другими ОО субъекта РФ);

○ доля участников ОГЭ, получивших *неудовлетворительную* отметку, имеет *минимальные значения* (по сравнению с другими ОО субъекта РФ).

Таблица 10

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (уровень обученности)
1.	Негосударственное общеобразовательное учреждение гимназия "Альтернатива"	0	91,67	100
2.	Негосударственное общеобразовательное учреждение "Православная гимназия имени Свт. Тихона Задонского"	0	90,91	100
3.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение гимназия №19 им. Н.З. Поповичевой г.Липецка	0	90,7	100
4.	Муниципальное бюд-	0	90,35	100

³ Указывается доля обучающихся от общего числа участников по предмету.

	жетное общеобразовательное учреждение "Гимназия № 11 г.Ельца"			
5.	Муниципальное автономное образовательное учреждение средняя школа №59 "Перспектива" г.Липецка	0	89,89	100
6.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение "Гимназия №97 г.Ельца"	0	88,24	100
7.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа с.Троекурово Лебедянского муниципального района Липецкой области	0	87,5	100
8.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение "Гимназия № 64 имени В.А. Котельникова" г.Липецка	0	86,29	100
9.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение "Средняя общеобразовательная школа с.Куймань Лебедянского муниципального района Липецкой области"	0	85,71	100
10.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №9 г.Грязи Грязинского муниципального района Липецкой области	0	84,78	100

2.2.5. Выделение перечня ОО, продемонстрировавших низкие результаты ОГЭ по предмету (таблица 11):

- доля участников ОГЭ, получивших отметку «2», имеет *максимальные значения* (по сравнению с другими ОО субъекта РФ);
- доля участников ЕГЭ, получивших отметки «4» и «5», имеет *минимальные значения* (по сравнению с другими ОО субъекта РФ).

Таблица 11

№ п/п	Название ОО	Доля участников, получивших отметку «2»	Доля участников, получивших отметки «4» и «5» (Качество обучения)	Доля участников, получивших отметки «3», «4» и «5» (Уровень обученности)
1.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя школа очной, очно-заочной, заочной форм обучения №2 г.Липецка	33,33	14,29	66,67
2.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа с.Дубовое Чаплыгинского муниципального района Липецкой области Российской Федерации	26,67	6,66	73,33
3.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя школа с.Троекурово	25	18,75	75
4.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя школа с.Верхнедрезгалово Краснинского района Липецкой области	23,53	5,88	76,47
5.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение основная общеобразова-	21,43	21,43	78,57

	тельная школа с.Большая Боевка Долгоруковского муниципального района Липецкой области			
6.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №2 с.Кривополянье	21,05	31,58	78,95
7.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №46 г.Липецка	15,91	31,82	84,09
8.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа с.Панино	15,38	38,47	84,62
9.	Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение средняя школа №15 г.Липецка	15	45	85
10.	Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №4 г.Липецка им.Лидии Александровны Смык	14,71	38,23	85,29

2.2.6. ВЫВОДЫ о характере результатов ОГЭ по предмету в 2019 году и в динамике.

Таким образом, ГИА по математике в форме ОГЭ в 2019 году прошли 10298 человек, из них оценку "5" получили 1287 человек (12,5%) (11,81% в 2018 году), оценку "4" - 4626 человек (44,92%) (44,8% в 2018 году), оценку "3" - 4145 человека (40,25%) и не преодолели порог 240 человек (2,33%). Отметим, что это данные до сентябрьского периода пересдачи, поэтому итоговые цифры будут несколько иными, причем, значительно изменится показатель получивших оценку «3», так как, по статистике предыдущих лет на ОГЭ в сентябре обучающиеся редко получают оценки «4» и «5».

Как видно из диаграммы на рисунке 1 в 2019 процент хороших и отличных оценок выше чем в 2018, но ниже чем в 2017 году.

Из рисунка 2 видно, что качество обучения повысилось в 2019 году по сравнению с 2018 годом, причем повысился как процент участников, получивших оценку «4», так и оценку «5» (таблица 7). Отметим, что до 2019 года этот показатель снижался.

Анализ таблицы 8 показывает, что самый высокий процент оценок «5» получен обучающимися в г.Ельце и Измайловском районе, третье место принадлежит г.Липецку, тогда как больший процент «4» у выпускников в Становлянском районе, а также г.Ельце, Лебедянском и Задонском районах.

Из таблицы 8.1 следует, что в 7 административных единицах выпускники не получили оценку «2» - это Липецкий, Грязинский, Данковский, Добринский, Измалковский, Лев-Толстовский и Хлебенский районы, а лидируют по качеству обучения г.Елец, Становлянский и Лебедянский районы.

Анализ результатов участников из различных типов ОО (таблица 9) подтвердил, что качество обучения выше в так называемых «профильных» школах – «Гимназиях», «Лицеях» и СОШ «с УИОП» - 74,82%, 63,06% и 63,85% соответственно. Уровень обученности свыше 96% имеют выпускники практически всех школ, исключение составляют О(С)ОШ, обучающиеся 9 классов которых получили 33,33% оценок «2», они же, наряду с выпускниками ООШ имеют самый высокий процент оценок «3». Таблица 10 и 11 свидетельствуют о том, что возможность оказаться в лидерах по уровню обученности и качеству обучения, так же как и в аутсайдерах не зависит от типа ОО и административной единицы, к которой относится ОО, основной причиной является качество подготовки выпускников ОО в данном году к выполнению заданий того или иного вида и содержания КИМ.

Проведенный анализ результатов ГИА по математике показывает, что в целом выпускники имеют достаточно высокий уровень подготовки по предмету, более того, достаточно большая часть из них готова к обучению в профильных классах с углубленным изучением математики. Это, в свою очередь, свидетельствует о высокой квалификации учителей математики. Низкие результаты выпускников отдельных школ связаны в большей степени с контингентом обучающихся.

2.3. Анализ результатов выполнения отдельных заданий или групп заданий по предмету

2.3.1. Краткая характеристика КИМ по предмету

Приводится краткая характеристика КИМ по предмету на основе спецификации КИМ ОГЭ, описываются содержательные особенности, которые можно выделить на основе использованных в регионе вариантов КИМ.

ОГЭ по математике проводился с использованием контрольных измерительных материалов (КИМ), содержание и структура которых полностью соответствуют требованиям Федерального компонента государственного стандарта основного общего образования по математике.

КИМ направлены на проверку математической компетенции выпускников, т.е. на оценку уровня овладения специфическими для математики знаниями и видами деятельности, математической терминологией, ключевыми понятиями, методами и приёмами; а также на оценку умения преобразования знания и его применения в учебных и внеучебных ситуациях и уровня сформированности качеств, присущих математическому мышлению.

По сравнению со структурой 2018 года изменений в работе нет. Количество заданий и максимальный первичный балл оставлены без изменений. Каждый из модулей «Алгебра» и

«Геометрия» содержит по две части, соответствующих проверке полученных знаний на базовом, повышенном и высоком уровнях.

Распределение заданий КИМ части 1 по разделам содержания, отражённым в кодификаторе элементов содержания (КЭС) приведено в таблице 12.

Распределение заданий части 1 по разделам содержания курса математики

Таблица 12

Код по КЭС	Название раздела	Номера заданий
1	Числа и вычисления	1, 2, 3, 4, 7
2	Алгебраические выражения	4, 11, 12
3	Уравнения и неравенства	6, 7, 14
4	Числовые последовательности	11
5	Функции	5, 10
6	Координаты на прямой и плоскости	3, 14
7	Геометрия	15 - 20
8	Статистика и теория вероятностей	2, 8, 9

В заданиях, относящихся к разделу «Числа и вычисления» в КИМ-2019 проверялись умения работать с обыкновенными дробями, арифметическими корнями, вычислять проценты, производить сравнение чисел, а также буквенных выражений, иллюстрированных координатной осью. Раздел «Алгебраические выражения» в работе был представлен заданиями с использованием формул сокращенного умножения и умением находить значение буквенного выражения. При решении уравнения приходилось выполнять еще сравнение полученных корней, а система неравенств (задание 14) оказалась достаточно простой, что позволило ее решить 68% выпускников. В задании на числовые последовательности необходимо было провести вычисления для геометрической прогрессии, которые не требовали дополнительных знаний, хотя в справочных материалах необходимые формулы приведены. Задание 5, относящееся к разделу «Функции» было стандартным, а вот задание 10 предполагало знание особенностей графиков линейных функций, что привело к уменьшению числа выпускников, справившихся с этим заданием. Задания, проверяющие умение пользоваться координатами на числовой прямой предполагали знание свойств чисел и букв, которым соответствуют точки на числовой прямой. Задания по геометрии были несложными, но содержательно отражали свойства различных геометрических фигур: треугольников, четырехугольников (квадрата, ромба, трапеции), а также окружностей. В отличие от демо-версии в работе присутствует задание на комбинацию фигур, что обусловило самый низкий процент его выполнения среди геометрических задач первой части (51%). Задания по статистике и теории вероятностей были достаточно простыми и с ними справилось от 72% до 97%.

Распределение заданий КИМ части 1 по проверяемым умениям и способам действий, отражённым в кодификаторе требований к уровню подготовки обучающихся (КТ) приведено в таблице 13.

Распределение заданий части 1 по проверяемым умениям и способам действий

Таблица 13

Код по КТ	Основные умения и способы действий	Номера заданий
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1, 3, 4
2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	4, 12
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	6, 14
4	Уметь строить и читать графики функций	10, 11
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	16 - 19
6	Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события	9
7	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	2, 5, 7-9, 13, 15, 20

Все задания первой части относятся к базовому уровню сложности, и, соответственно, проверяют базовый уровень овладения перечисленными в таблице 13 умениями. Наиболее интересными в первой части оказались задания 3, 10 и 17, в которых проверялись умения работать с буквенными выражениями, анализировать графики функций, с которыми обучающиеся справились успешно, а также работать с комбинацией простейших геометрических фигур (окружность и квадрат), что все равно сказалось на уменьшении процента решивших это задание.

Задания части 2 модуля «Алгебра» направлены на проверку таких качеств математической подготовки выпускников, как:

- уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом;
- умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Задания части 2 модуля «Геометрия» направлены на проверку таких качеств геометрической подготовки выпускников, как:

- умение решить планиметрическую задачу, применяя различные теоретические знания курса геометрии;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Распределение заданий части 2 по разделам кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников представлено в таблицах 14 и 15.

Распределение заданий части 2 по разделам содержания курса математики

Таблица 14

Код по КЭС	Название раздела	Номера заданий
2	Алгебраические выражения	21, 22, 23
3	Уравнения и неравенства	21, 22, 23
4	Числовые последовательности	22, 23
5	Функции	21, 22, 23
6	Координаты на прямой и плоскости	22, 23
7	Геометрия	24 - 26

Распределение заданий части 1 по проверяемым умениям и способам действий

Таблица 15

Код по КТ	Основные умения и способы действий	Номера заданий
2	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	21, 23
3	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	22
4	Уметь строить и читать графики функций	23
5	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	24, 26
7	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели	22, 25

Задания второй части КИМ-2019 по алгебре предполагали умение работать с уравнениями и оценивать выражения, составлять математические модели с использованием пропорций, работать с процентами на повышенном уровне, а также строить и анализировать графики функций, аналитическая запись которых содержит модуль. Задания 21 и 22 были интуитивно простыми, однако требовали четкой логической записи решения, что оказалось проблематичным для большинства обучающихся. Задания второй части КИМ-2019 по геометрии по своей сути предполагают нестандартный подход к их решению, кроме того, задания этого года предполагали сформированность умения строить рисунок по условию задачи. Уровень сложности заданий соответствует заявленному повышенному (21, 22, 24 и 25 задания) и высокому уровню сложности (23 и 26 задания).

2.3.2. Статистический анализ выполняемости заданий и групп заданий КИМ ОГЭ в 2019 году

Таблица 16

Обознач. задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ⁴	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
Часть с кратким ответом							
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	80%	22%	69%	94%	99%
2	Пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы чрез более мелкие и наоборот	Базовый	87%	57%	83%	93%	98%
3	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Базовый	90%	50%	86%	97%	99%
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Базовый	74%	10%	58%	93%	99%
5	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей	Базовый	85%	45%	78%	95%	99%
6	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Базовый	71%	10%	55%	90%	97%
7	Решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических рас-	Базовый	77%	20%	62%	94%	99%

⁴ Для политомических заданий (максимальный первичный балл за выполнение которых превышает 1 балл), средний процент выполнения задания вычисляется как сумма первичных баллов, полученных всеми участниками, выполнявшими данное задание, отнесенная к количеству этих участников.

Обознач. задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ⁴	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	четах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов						
8	Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках	Базовый	97%	89%	96%	99%	100%
9	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики	Базовый	72%	20%	57%	89%	97%
10	Уметь строить и читать графики функций	Базовый	71%	25%	51%	90%	99%
11	Уметь строить и читать графики функций	Базовый	52%	8%	27%	71%	93%
12	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Базовый	47%	3%	19%	68%	94%
13	Осуществлять практические расчеты по формулам, составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами	Базовый	62%	5%	40%	84%	96%
14	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Базовый	68%	27%	48%	86%	98%
15	Описывать реальные ситуации на языке геометрии,	Базовый	85%	33%	79%	95%	99%

Обознач. задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ⁴	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин						
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Базовый	65%	7%	45%	84%	98%
17	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Базовый	51%	7%	32%	65%	91%
18	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Базовый	58%	9%	33%	78%	98%
19	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Базовый	76%	19%	62%	92%	99%
20	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Базовый	54%	24%	41%	64%	81%
Часть с развернутым ответом							
21	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций	Повышенный	14%	0%	0%	11%	77%
22	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать урав-	Повышенный	11%	0%	0%	8%	67%

Обознач. задания в работе	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Средний процент выполнения ⁴	Процент выполнения по региону в группах, получивших отметку			
				«2»	«3»	«4»	«5»
	нения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели						
23	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	Высокий	2%	0%	0%	0%	14%
24	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Повышенный	12%	0%	1%	11%	58%
25	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Повышенный	1%	0%	0%	0%	10%
26	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Высокий	0%	0%	0%	0%	1%

Для проведения сравнительного анализа выполнения заданий выпускниками девятых классов приведем также данные о среднем проценте выполнения задания за последние три года:

Таблица 17

№	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Процент выполнения		
		2017	2018	2019
Часть 1				
Модуль «Алгебра»				
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	86%	86%	80%
2	Пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы	90%	91%	87%

	через более мелкие и наоборот.			
3	Уметь выполнять вычисления и преобразования	92%	88%	90%
4	Уметь выполнять вычисления и преобразования, уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	77%	66%	74%
5	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей	91%	96%	85%
6	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	92%	82%	71%
7	Решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	75%	67%	77%
8	Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках	95%	90%	97%
9	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики	84%	81%	72%
10	Уметь строить и читать графики функций	78%	68%	71%
11	Уметь строить и читать графики функций	68%	53%	52%
12	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	70%	44%	47%
13	Осуществлять практические расчеты по формулам, составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами	59%	66%	62%
14	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	69%	61%	68%
Модуль «Геометрия»				
15	Описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин	74%	63%	85%
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	77%	65%	65%
17	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	66%	72%	51%
18	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	59%	70%	58%
19	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	83%	79%	76%
20	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	66%	60%	54%

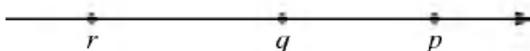
Часть 2				
Модуль «Алгебра»				
21	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций	14%	21%	14%
22	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	10%	8%	11%
23	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, строить и исследовать простейшие математические модели	3%	3%	2%
Модуль «Геометрия»				
24	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	12%	12%	12%
25	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	2%	3%	1%
26	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	0,3%	0,9%	0%

2.3.3. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ ОГЭ

Задания, связанные с умением выполнять вычисления и преобразования, а также выполнять преобразования алгебраических выражений традиционно имеют достаточно высокий процент выполнения. В одном из вариантов КИМ-2019 задания на проверку указанного умения были следующими:

1 Найдите значение выражения $\frac{14}{5} : \frac{7}{2}$.

3 На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $p-r$, $p-q$, $r-q$ отрицательна?

- 1) $p-r$ 2) $p-q$ 3) $r-q$ 4) ни одна из них

4 Найдите значение выражения $(\sqrt{37}-5)(\sqrt{37}+5)$.

12 Найдите значение выражения $\frac{21}{3a-a^2} - \frac{7}{a}$ при $a = -32$.

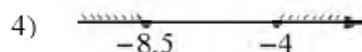
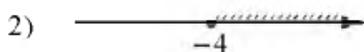
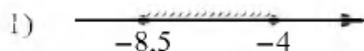
С заданием 1 справилось 80% обучающихся, что хуже, чем в 2018 году (86%) и связано это с неумением части обучающихся выполнять даже простейшие действия с обыкновенными дробями. С заданием 3, не смотря на то, что приходилось работать с буквенными выражениями, справилось 90% обучающихся, больший процент выполнения имеет лишь задание 8, это означает, что навык сравнения чисел на координатной прямой сформирован у подавляющего большинства выпускников. В задании 4 требовалось знание формул сокращенного умножения или хорошие вычислительные навыки, что также сказалось на проценте выполнения – 74%. Задание 12 оказалось самым сложным из первой части – с ним справилось всего 47% обучающихся, что связано с необходимостью приведения дробей к общему знаменателю и выполнением вычислений с отрицательными числами, причем, если с заданиями 1, 3, 4 справилось 99%, получивших оценку «5», то с заданием 12 из них справилось только 94%, хотя именно для этой категории выпускников сложнее оказались задания 17 и 20 (процент выполнения 91% и 81% соответственно). Уверенно владеют навыками выполнения этих заданий также выпускники, получившие на экзамене оценку «4», затруднения у них возникли также с заданием 12, аналогичная ситуация наблюдается и у обучающихся, получивших оценку «3» - с заданиями 1, 3, 4 справилось от 58% до 86%, с заданием 12 – всего 19%. Стоит отметить, что задание 12 было самым сложным и в 2018 году, когда его выполнили всего 44% всех выпускников, что связано с незначительным усложнением этого задания, которое оказалось непреодолимым для большинства из-за недостаточной сформированности навыков действий с дробными выражениями, обыкновенными дробными и отрицательными числами.

Задания, проверяющие умение решать уравнения, неравенства и их системы были следующими:

6 Решите уравнение $(-5x-3)(2x-1)=0$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

14 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x+4 \geq -4,5, \\ x+4 \leq 0. \end{cases}$$



Левая часть уравнения в задании 6 содержала произведение двух сомножителей, что усложнило решение для категорий выпускников, получивших оценки «2» и «3», с ним справилось соответственно 10% и 55%, аналогичные результаты они показали и при решении задания 14 (27% и 48%), а вот обучающиеся, получившие оценку «4» и «5» продемонстрировали уверенное владение навыками решения уравнений, неравенств и их систем, а также графической иллюстрацией решений. В целом с заданием 6 справился 71% выпускников (в 2018 году в этом задании было классическое квадратное уравнение и с ним справилось 82% выпускников), а с заданием 14 – 68% (в 2018 – 61%), что свидетельствует о более тщательной

подготовке обучающихся к решению систем неравенств и графической интерпретации решений.

Самым легким для выполнения оказалось задание 8

- 8 На диаграмме показан возрастной состав населения Японии. Определите по диаграмме, население какого возраста преобладает.



- 1) 0–14 лет 2) 15–50 лет 3) 51–64 лет 4) 65 лет и более

В ответе запишите номер выбранного варианта ответа.

На проверку умения анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках – с ним справилось 97% обучающихся, даже 89% выпускников, получивших оценку «2» выполнили это задание. Оно единственное имеет 100% выполнения выпускниками, получившими оценку «5». Такой высокий результат свидетельствует о том, что данный навык сформирован практически у каждого обучающегося и имеет для него интуитивно понятный смысл.

К заданиям с высоким процентом выполнения относятся также следующие задания:

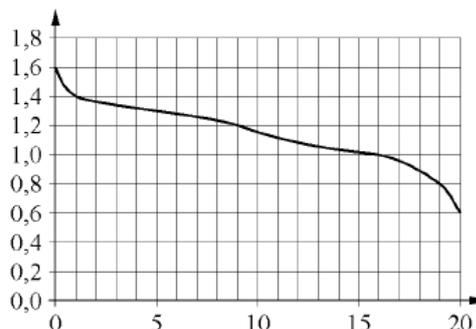
- 2 В таблице приведены размеры штрафов, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года, за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации.

Превышение скорости (в км/ч)	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа (в руб.)	500	1000	2000	5000

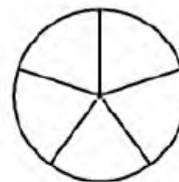
Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 182 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 100 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

- 5 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На графике показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечено время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по графику, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 20 часов работы фонарика.



- 15 На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 12° ?



Эти задания имеют практический характер и при использовании математического аппарата с учетом жизненного опыта с ними справилось от 85% до 87%. При выполнении этих заданий продемонстрировали сформированность умения пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот, описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей, а также описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин от 33% до 57% выпускников, получивших оценку «2», выше 78%, получивших оценку «3» и практически все выпускники, получившие «4» и «5».

К заданиям с практическим содержанием также можно отнести задания 7, 9, 13:

- 7 Банк начисляет на счёт 11% годовых. Вкладчик положил на счёт 1500 рублей. Сколько рублей будет на этом счёте через год, если никаких операций, кроме начисления процентов, со счётом проводиться не будет?
- 9 В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.
- 13 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω — угловая скорость (в с^{-1}), R — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 9 с^{-1} , а центробежное ускорение равно 648 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

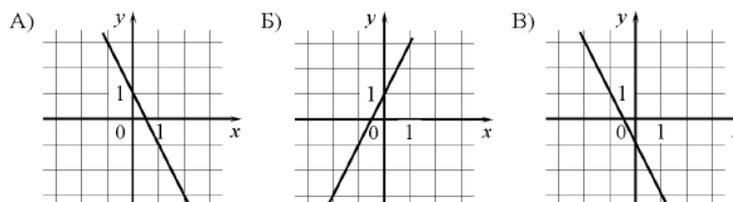
процент выполнения которых 77%, 72% и 62% соответственно (в 2018 году – 67%, 81% и 66% соответственно). Расхождение в проценте выполнения связано с формулировкой задания, так, например, в задании 9 добавление частицы «не» повлекло снижение процента выполнения задания, хотя с точки зрения теории вероятности никаких усложнений в задании не произошло. С этими заданиями успешно справились обучающиеся, получившие оценку «5», подавляющее большинство (от 84% до 94%), получивших оценку «4», половина, получивших оценку «3» и пятая часть выпускников, получивших оценку «2», решила задания 7 и 9, а с заданием 13 справились только 5% из них – это одно из самых сложных заданий для данной категории обучающихся. Таким образом, умение работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события, умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели сформировано на высоком уровне у обучающихся, получивших оценки «4» и «5», на выполнении этих заданий остальными категориями обучающихся сказались отсутствие у боль-

шинства из них навыков работать с процентами, внимательно читать и четко понимать условие задачи, а также проводить достаточно сложные, требующие тщательности, вычисления по формулам.

Задание 10, проверяющее знание свойств функций и умение анализировать их графики были представлены в следующем виде:

10 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = -2x - 1$ 2) $y = -2x + 1$ 3) $y = 2x + 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Не смотря на то, что все функции были линейными, поэтому различить графики лишь по форме было невозможно, с эти заданием справился 71% выпускников, причем 25% из получивших оценку «2» и 99% из получивших оценку «5», что свидетельствует о хорошем знании обучающимися темы «Функции» и уверенном применении знаний при решении конкретного задания.

Задание на числовые последовательности:

11 Выписаны первые три члена геометрической прогрессии:

7; 14; 28; ...

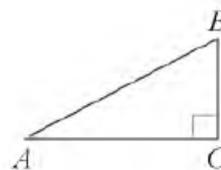
Найдите её пятый член.

Предполагалось выполнение элементарных расчетов, но было верно выполнено лишь 52% девятиклассников. Данное задание могло быть легко выполнено без применения формул, только на основе определения геометрической прогрессии, однако, с ним справилось лишь 93%, получивших оценку «5», 71%, получивших «4», а вот для выпускников с оценками «3» и «2» оно оказалось непосильным – 27% и 8% соответственно. На изучение этой темы стоит обратить пристально внимание – с точки зрения математического инструментария она несложная, но из года в год с ней плохо справляются выпускники (в 2018 году это задание выполнили лишь 53% обучающихся).

Традиционно сложными являются геометрические задачи. В КИМ-2019 в заданиях 16-19 присутствовали разнообразные геометрические фигуры:

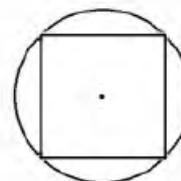
- 16** В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} B = \frac{7}{4}$, $BC = 36$. Найдите AC .

Ответ: _____.



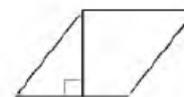
- 17** Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $28\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.

Ответ: _____.



- 18** Сторона ромба равна 34, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.

Ответ: _____.



- 19** На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Эти задания проверяли умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. С ними справились в среднем 65%, 51%, 58% и 76% соответственно, эти результаты хуже прошлогодних, в 2018 году 65%, 72%, 70% и 79% соответственно справились с этими заданиями. Задания 17 и 18 оказались выполненными хуже, так как в задании 17 была комбинация фигур и «неудобные» для вычислений значения, а в задании 18 особую сложность вызвали вычисления, связанные с углом 150. Это означает, что навык решения геометрических задач сформирован недостаточно – стоит чуть видоизменить или усложнить задание, большинство слабо успевающих обучающихся уже не в состоянии с ним справиться. Задание 17 вообще имеет один из самых низких процентов выполнения, в том числе и выпускниками с оценками «4» и «5».

Результаты выполнения задания 20 составили 54%, что не является самым плохим результатом, причем с ним справились 24%, получивших оценку «2», то есть «вызубрить» теорию выпускники смогли, хотя среди обучающихся, получивших оценку «5» с этим заданием справились только 81% - самый худший результат по заданиям первой части.

- 20** Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Две различные прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны.
- 2) Если диагонали выпуклого четырёхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырёхугольник является квадратом.
- 3) Все углы ромба равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Проблема с решением геометрических проблем у школьников по-прежнему состоит в переходе от теории к практике – применять теорию к решению геометрических задач выпускники не умеют.

Анализ выполнения заданий с развернутыми ответом показывает, что одной из самых больших проблем выпускников 9 класса является прочтение условия задачи и его содержательная интерпретация на математический язык.

В КИМах 2019 года 21 задание было достаточно простым: требовалось найти значение одного выражения, если известно значение другого, при этом в учебниках и пособиях рассматривается несколько способов его выполнения. В одном из вариантов это задание имело вид:

21 Найдите значение выражения $19a - 7b + 12$, если $\frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3$.

Не смотря на видимую легкость задания, при его решении было допущено большое количество именно содержательных ошибок, наличие которых не позволяло засчитать это задание. К выполнению этого задания приступали многие школьники, причем демонстрировали различные способы решения:

$$\begin{aligned}
 21. \quad & \frac{5a - 8b + 2}{8a - 5b + 2} = 3 \quad | \cdot (8a - 5b + 2) \\
 & 5a - 8b + 2 = 3(8a - 5b + 2) \\
 & 5a - 8b + 2 = 24a - 15b + 6 \\
 & 24a - 15b + 6 = 5a - 8b + 2 \\
 & 24a - 5a - 15b + 8b + 6 - 2 = 0 \\
 & 19a - 7b + 4 = 0 \\
 & 19a - 7b = -4 \\
 & 19a - 7b + 12 = -4 + 12 = 8 \\
 & \text{Ответ: } 8.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sqrt{21.} \quad & \frac{4a - 9b + 3}{9a - 4b + 3} = \frac{5}{1}; \\
 & 4a - 9b + 3 = 5(9a - 4b + 3) \\
 & 4a - 9b + 12 = 0. \\
 & 41a - 11b + 15 = (41a - 11b + 12) + 3. \\
 & \text{Тк } 41a - 11b + 12 = 0, \text{ то вычитаеме } (41a - 11b + 12) + 3 = 0 + 3 = 3 \\
 & \text{Ответ: } 3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 21. \quad & 41a - b + 45 = x. \\
 & \frac{a - 6b + 5}{8a - b + 5} = \frac{4}{1} \Rightarrow a - 6b + 5 = 4(8a - b + 5) \\
 & a - 6b + 5 = 42a - 4b + 35 \\
 & a - 42a - 6b + 4b + 5 - 35 = 0 \\
 & -41a + b - 30 = 0 \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \begin{cases} 41a - b + 45 = x \\ -41a + b - 30 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} & 41a - 41a - b + b + 45 - 30 = x \\ & 45 - 30 = x \\ & 15 = x \end{aligned} \\
 & 41a - b + 45 = 15 \\
 & \text{Ответ: } 15.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№21)} \quad \frac{a-6b+5}{6a-b+5} &= \frac{7}{1} \Rightarrow 7(6a-b+5) = a-6b+5 \Rightarrow 42a-7b+35 = a-6b+5 \\ \rightarrow 41a-b+30 &= 0 \Rightarrow -b = -41a-30 \\ 41a-41a-30+45 &= 15 \\ \text{Ответ: } &15 \end{aligned}$$

Но очень часто даже при правильном ответе часть рассуждений, приведенных в решении, была ошибочна. Например, в следующих решениях к нулю или между собой приравнены два абсолютно разных по значению выражения:

$$\begin{aligned} \text{№21)} \quad 19a-7b+12, \text{ или } \frac{5a-8b+2}{8a-5b+2} &= 3 \\ 8a-5b+2 \cdot 3 &= 5a-8b+2 \\ 24a-15b+6 &= 5a-8b+2 \\ 19a-7b+4 &= 0 \\ 19a-7b+8+4 &= 0 \\ 19a-7b+12 &= 8 \\ \text{Ответ: } &8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{№21)} \quad \frac{a-6b+5}{6a-b+5} &= 7; \quad 41a-b+45=? \\ a-6b+5 &= 7(6a-b+5), \\ a-6b+5 &= 42a-7b+35, \\ a-6b+5-42a+7b-35 &= 0, \\ -41a+b+30 &= 0 \quad | /(-1), \\ 41a-b-30 &= 0 \\ 41a-b+45 &= 41a-b+30, \\ \cancel{41a-b}+45-\cancel{41a-b}-30 &= 0, \\ 45-30 &= 0, \\ 15 &= 0. \\ \text{Ответ: } &15 \end{aligned}$$

В следующих решениях допущена логическая ошибка, повлекшая за собой неверный ответ:

$$\begin{aligned} \text{21.} \quad \frac{a-6b+5}{6a-b+5} &= 7 \\ a-6b+5 &= 42a-7b+35 \\ 41a-b+30 &= 0 \quad \rightarrow 41a-b+30+15=0 \\ & \quad \quad \quad 41a-b+30=-15 \end{aligned}$$

№ 21.

$$\frac{a-6b+5}{6a-8+5} = 7$$

$$a-6b+5=42a-7b+35$$

$$a-42a-6b+7b+5-35=0$$

$$-41a+b-30=0 \quad | \cdot (-1)$$

$$41a-b+30=0$$

$$\begin{cases} 41a-b+30=0 \\ 41a-b+45=0 \end{cases}$$

$$41a-b+30+45=0$$

$$41a-b+75=0$$

$$41a-b+45=-75$$

$$\text{Ответ: } -75$$

Достаточно часто встречались логические ошибки записи решения при, казалось бы, верном решении и ответе, что, конечно, расценивалось экспертами как математическая ошибка:

№ 21
 $41a-11b+15$, или $\frac{4a-9b+3}{9a-4b+3} = 5$.

$$\frac{4a-9b+3}{9a-4b+3} = 5$$

$$4a-9b+3=5(9a-4b+3)$$

$$4a-9b+3=45a-20b+15$$

$$45a-20b+15-4a+9b-3=41a-11b+12+3-3=41a-11b+15=3$$

$$\text{Ответ: } 3$$

№ 21 $19a-7b+12$, или $\frac{5a-8b+2}{8a-5b+2} = 3$

$$5a-8b+2=3(8a-5b+2)$$

$$5a-8b+2=24a-15b+6$$

$$5a-24a-8b+15b+2-6$$

$$-19a+7b-4+19a-7b+12$$

$$-4+12=8$$

$$\text{Ответ: } 8$$

Также встречались логически незавершенные решения при полученном верном ответе.

№ 21.
 $19a-7b+12=8$

$$\frac{5a-8b+2}{8a-5b+2} = 3$$

$$5a-8b+2=3(8a-5b+2)$$

$$5a-8b+2=24a-15b+6$$

$$-19a+7b-4=0 \quad | \cdot (-1)$$

$$19a-7b+4=0$$

$$\text{Ответ: } \boxed{8}$$

На это стоит обратить особое внимание, так как это свидетельствует о несформированности навыка логически верно записывать интуитивно понятное решение. Процент допущенных вычислительных ошибок и в принципе неверных решений не отличался от уровня прошлых лет. В результате всего 14% выпускников справились с этим заданием и только 77% из получивших оценку «5».

Похожая ситуация сложилась и с выполнением 22 задания, которое предполагало достаточно простое решение с использованием свойств пропорции. Однако необходимо было верно составить математическую модель по условию задачи:

22 Свежие фрукты содержат 93% воды, а высушенные — 16%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 21 кг высушенных фруктов?

При решении задачи необходимо было учитывать, что при сушке количество сухого вещества не меняется, а изменяется количество воды. Часть выпускников составляла пропорции исходя из неизменности количества воды, что засчитывалось как грубая математическая ошибка. Отметим, что в данной задаче в некоторых вариантах числовые значения были подобраны неудачно, и правильный ответ получался в случае как верного, так и ошибочного решения. Если было очевидно, что ребенок именно так и составлял пропорцию, то он не получал баллы. Полностью это задание выполнило 11% выпускников и 67%, получивших оценки отлично. Однако средний процент решения этого задания незначительно превзошел уровень прошлого года.

Решение этой задачи считалось выполненным, если верно составлена модель решения, проведено ее исследование и обоснованно записан верный ответ:

22. Пусть x — масса свежих фруктов, необходимая для приготовления 21 кг высушенных фруктов, тогда:

	кол-во воды(%)	кол-во сухого вещества(%)	масса(кг)
свежие	93	7	x
высушенные	16	84	21

$$7x = 84 \cdot 21$$

$$x = \frac{84 \cdot 21}{7}$$

$$x = 84 \cdot 3$$

$$x = 252$$

Ответ: для приготовления 21 кг высушенных фруктов требуется 252 кг свежих фруктов.

И, несмотря на записанный верный ответ, решение не засчитывалось, если его решение было математически неверным:

N 22

Светлые фрукты - 84% вода ? кг
 Вкусные фрукты - 16% вода 44 кг
 $84\% = 0,84$ (часть) - вода в светлых фруктах
 $16\% = 0,16$ (часть) - вода в вкусных фруктах
 x (кг) - светлых фруктов

$$\frac{0,84}{0,16} = \frac{x}{44}$$

$$0,16x = 36,96$$

$$x = 231 \text{ (кг)} - \text{светлых фруктов}$$

Ответ: 231 кг.

N 22

	св.	вкусн.
% воды	84%	16%
масса	x кг	44 кг

$$x = \frac{84 \cdot 44}{16} = \frac{21 \cdot 44}{4} = \frac{21 \cdot 11}{1} = 231 \text{ кг}$$

Ответ: 231 кг

Решения проведены для случая неизменности количества воды, что неверно, но из-за совпадения числовых значений процентов, получен верный ответ.

Также, как и при решении задания 21, присутствуют ошибки в логике решения:

N 22

1) $100\% - 84\% = 16\%$ - столько вещества в светлых фруктах

$$\frac{44}{0,16} = 275 \text{ (кг)} \text{ светлых фруктов}$$

Ответ: 275

N 22

1) $78 - 22 = 56$ (%)
 2) $56 : 100 = 0,56$
 3) $0,56 \times 22 = 12,32$ (кг)

Ответ: 12,32

Достаточно много решений было аналогичных следующему:

~22

Пусть потребуются x свежих фруктов.

$$84\% = 0,84$$

$$16\% = 0,16$$

$$\frac{44}{0,16} = \frac{x}{0,84}$$

$$x = \frac{44 \cdot 0,84}{0,16}$$

$$x = \frac{36,96}{0,16}$$

$$x = 231 \text{ кг} - \text{свежих фруктов.}$$

Ответ: 231 кг

В этом решении отсутствует указание «по воде» или «по сухому веществу» составляется пропорция, но из нее ясно, что решение велось «по воде». Встречались также абсолютно неверные решения.

Задание 23 высокого уровня сложности в 2019 году было сформулировано точно так же, как и в 2018 году:

23 Постройте график функции

$$y = |x^2 - 6x + 5|$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

Средний процент выполнения этого задания – 2%, которые получились за счет 14% выпускников, получивших оценку «5», другие категории с данным заданием не справились.

~23.

$$y = |x^2 - 4x + 3|$$

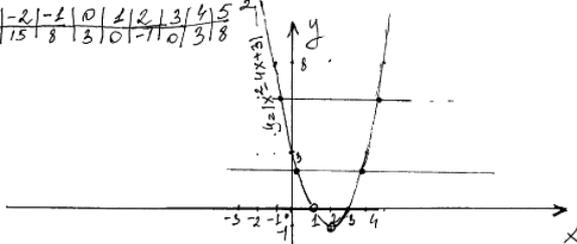
$$x^2 - 4x + 3 \neq 0$$

$$x_1 = \frac{4-2}{2} = 1 \quad x \neq 1; x \neq 2$$

$$D = 16 - 12 = 4.$$

$$x_2 = \frac{4+2}{2} = 3$$

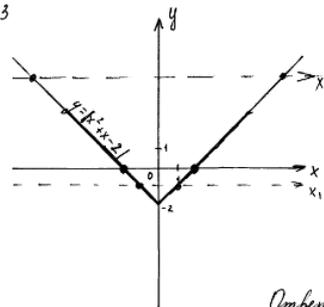
x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	28	15	8	3	0	-1	0	3	8



прямая, параллельная оси абсцисс, может иметь с графиком $y = |x^2 - 4x + 3|$ две общие точки, кроме $x = 1$ и $x = 3$

Ответ: две точки.

~23



$$y = |x^2 + x - 2| - \text{модуль}$$

Ответ: 2 точки

К сожалению, так и осталось самой распространенной ошибкой неверно обоснованное построение графика или принципиально неверное понимание основных определений и фактов, связанных со свойствами и графиками функций. Также, большинство приступивших к этому заданию не владеют понятием модуля, поэтому решение заканчивалось сразу на первом шаге. Примеры выполненных школьниками заданий с указанным ошибками приведены ниже:

$y = |x^2 + 5x + 4|$
 $y = \begin{cases} x^2 - 5x + 4 & \text{при } x < 0 \\ x^2 + 5x + 4 & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

$y = x^2 - 5x + 4$
 $\begin{array}{r|rr|l} x & 2,5 & -1 & -2 & 0 \\ y & -3,25 & 10 & 18 & 4 \end{array}$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} = -2,5$
 $y_0 = (2,5)^2 - 5 \cdot 2,5 + 4$
 $y_0 = 6,25 - 12,5 + 4$
 $y_0 = -2,25$

$y = x^2 + 5x + 4$
 $\begin{array}{r|rr|l} x & -2,5 & 1 & 2 & 0 \\ y & -3,25 & 4 & 18 & 4 \end{array}$

$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} = -2,5$
 $y_0 = (-2,5)^2 - 2,5 \cdot 5 + 4$
 $y_0 = 6,25 - 12,5 + 4$
 $y_0 = -2,25$

Ответ: 2 общих точки.

$y = |x^2 + 5x + 4|$
 Решение:

$y = \begin{cases} x^2 - 5x + 4, & \text{при } x < 0 \\ x^2 + 5x + 4, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

рассмотрим первое выражение

$y = x^2 - 5x + 4$
 $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} = -2,5$
 $y_0 = 2,5^2 - 5 \cdot 2,5 + 4 = -1,25$
 найдем точки пересечения с ОХ
 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $D = 25 - 16 = 9$
 $x_1 = \frac{3+5}{2} = 4$
 $x_2 = \frac{-3+5}{2} = 1$

рассмотрим второе выражение

$y = x^2 + 5x + 4$
 $x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{5}{2} = -2,5$
 $y_0 = (-2,5)^2 + 5 \cdot (-2,5) + 4 = -1,25$
 точки пересечения с ОХ
 $x^2 + 5x + 4 = 0$
 $x_1 = -1$
 $x_2 = -4$

Ответ: 2 общие точки может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс

см. на об.

Приведем также пример решения, которое оценивается 2 баллами, хотя и оно содержит некоторые неточности (но не математические ошибки)

$N23.$
 $y = |x^2 + 5x + 6| \Leftrightarrow y = \begin{cases} x^2 + 5x + 6, & \text{при } x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty) \text{ I} \\ -x^2 - 5x - 6, & \text{при } x \in (-3; -2). \text{ II} \end{cases}$

I) $y = x^2 + 5x + 6$
 1) парабола, ветви вверх.
 2) $x_0 = -2,5$
 $y_0 = -0,25$
 3) $(-3; 0); (-2; 0)$ - точки пересечения с осью ОХ.
 4) $y = x^2$

II) $y = -x^2 - 5x - 6$
 1) парабола, ветви вниз.
 2) $x_0 = -2,5$
 $y_0 = 0,25$
 3) $(-3; 0); (-2; 0)$ - точки пересечения с осью ОХ.
 4) $y = x^2$

Выбор прямой параллельной оси абсцисс может иметь с графиком $y = |x^2 + 5x + 6|$, 4 общие точки.
 Ответ: 4 точки

Таким образом, анализ выполнения заданий части 2 модуля «Алгебра» показывает, что у выпускников, приступавших к выполнению второй части сформированы умения выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, однако умение решать комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры продемонстрировали немногие из них, у большинства решавших задания второй части алгебры есть проблемы с владением формально-оперативным алгебраическим аппаратом, а неумение вдумчиво читать и содержательно воспринимать условие задачи сказалось на грамотном изложении решения и его обоснования. Только отдельные обучающиеся показали владение широким спектром приемов и способов рассуждений, а также математически грамотной записью решения.

Задания по геометрии в 2019 году также имеют низкий процент выполнения, и, хотя работчики предполагают процент выполнения на уровне алгебры по соответствующим заданиям, из года в год выпускники в нашей области не дотягивают до уровня, предполагаемого разработчиками по алгебре и тем более по геометрии. Средний процент выполнения задания 24 уже третий год составляет 12%. При этом, в 2019 году формулировка задачи 24 была несколько иной и более сложной в плане построения чертежа к задаче:

24 Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции $ABCD$ пересекаются в точке F . Найдите AB , если $AF = 20$, $BF = 15$.

В работах было предложено несколько способов решения предложенной задачи:

24

Дано: трап. $ABCD$ AF, BF - биссектрисы
 $AF = 20, BF = 15$

Найти: AB

Решение.

$\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$ (смежные углы при $BC \parallel AD$ и секущей AB)

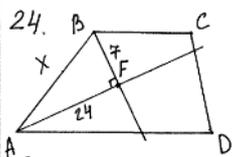
$\left. \begin{aligned} \angle BAF &= \frac{1}{2} \angle BAD \\ \angle ABF &= \frac{1}{2} \angle ABC \end{aligned} \right\}$ биссектрисы AF и BF

$\Rightarrow \angle BAF + \angle ABF = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAD) = 90^\circ$

Рассмотрим $\triangle ABF$ $\angle A = 180 - (\angle BAF + \angle ABF) = 180 - 90 = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABF$ - прямоугольный

по п. Пифагора $AB^2 = \sqrt{AF^2 + BF^2} = \sqrt{400 + 225} = \sqrt{625} = 25$

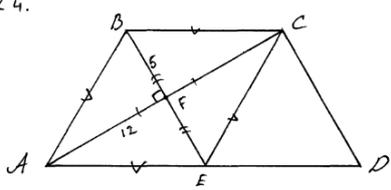
Ответ: 25

24. 

Дано: $ABCD$ - трапеция, $AF = 24$;
 $BF = 7$
 Найти: AB - ?

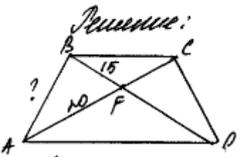
Решение:
 Рассмотрим $\triangle AFB$:
 $\triangle AFB$ - прямоугольный (по св-ву биссектрис в трапеции: биссектрисы пересекаются под прямым углом).
 Обозначим $AB = x$
 По теореме Пифагора:
 $AB^2 = AF^2 + BF^2$
 $x^2 = 576 + 49$
 $x^2 = 625$
 $x = 25$
 Ответ: 25

Некоторые выпускники решали частную задачу, изменяя фактически ее смысл:

24. 

Дано:
 трапеция $ABCD$
 т. F - пересечение биссектрис.
 $AF = 12$; $BF = 5$
 Найти:
 большую сторону AB .

Решение:
 Допустим, ABC - равнобедр. трапеция. при доп. построении CE , мы увидим фигуру ромба где BE и AC диагональ, а т. F делит их пополам. т.е. $ABCE$ - ромб, то $\angle BFD = 90^\circ \Rightarrow AB$ будет гипотенузой $\triangle ABF \Rightarrow AB^2 = BF^2 + AF^2$
 $AB^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 \Rightarrow AB = 13$
 Ответ: $AB = 13$.

24. 

Дано:
 $ABCD$ - трапеция
 AF и BF - биссектрисы
 $AF = 10$
 $BF = 15$
 Найти:
 AB - ?

Решение:
 1. По теореме Пифагора:
 $c^2 = a^2 + b^2$
 $AB^2 = \sqrt{10^2 + 15^2}$
 $AB^2 = \sqrt{400 + 225}$
 $AB^2 = \sqrt{625} = 25 \quad AB = 25$
 Ответ: 25

В последнем решении биссектрисы совпали с диагоналями трапеции и отсутствует какое-либо обоснование решения.

Анализ решений задания 24 показывает, что умение решить планиметрическую задачу, применяя различные теоретические знания курса геометрии, сформировано у большинства (58%) приступавших к этой задаче из числа получивших оценку «5» и у 11% получивших оценку «4».

Задание 25 было достаточно сложным с точки зрения грамотной записи полного решения.

- 25** Окружности с центрами в точках E и F пересекаются в точках C и D , причём точки E и F лежат по одну сторону от прямой CD . Докажите, что прямые CD и EF перпендикулярны.

Достаточно распространенной ошибкой при выполнении задания 25 являлось неверное построения чертежа к задаче:

Доказательство: Рассмотрим $\triangle AIB$ - равнобедренной (т.к. IA и IB - радиусы окружности). Т.к. точки I и F лежат по одну сторону от прямой AB , то они лежат на одной прямой. $\Rightarrow IB \perp AB$. Рассмотрим $\triangle AIB$ -

Задание 25 выполнил лишь 1% обучающихся, что ниже, чем в предыдущие годы, причем с этим заданием справились только обучающиеся, получившие оценку «5». Это связано с тонкостью перехода к финальной части доказательства, в которой либо необходимо указать на единственность прямой, перпендикулярной данной и проходящей через определенную точку, либо указать что точки лежат на одной прямой (прямые совпадают), которая и будет перпендикулярной к указанной в условии прямой, либо использовать единственность серединного перпендикуляра к данному отрезку.

В следующем решении плохой чертеж, но все основные шаги доказательства присутствуют:

25

Дано: 2 окружности с центрами Q и P
 K и L - точки пересечения 2 окружностей
 Доказать: $QP \perp KL$
 Доказательство: проведем ~~соединим~~ радиусы QK и QL .
 рассмотрим $\triangle KQL$
 $QK = QL$ - радиусы, $\Rightarrow \triangle KQL$ - равнобедренный
 проведем высоту QO .
 QO - высота, медиана и биссектриса
 $\Rightarrow KO = OL$
 проведем ~~соединим~~ радиусы PK и PL
 рассмотрим $\triangle KPL$
 $PK = PL$ - радиусы, $\Rightarrow \triangle KPL$ - равнобедренный.
 проведем высоту PO .
 PO - высота, медиана и биссектриса.
 $\Rightarrow KO = OL$.
 через точку O можно было провести только 1 прямую так, чтобы она была перпендикулярна прямой KL и делала её пополам.
 $\Rightarrow QP \perp KL$

25. Дано: M и N - центры окружн. MN лет. по одну сторону от точек пересеч. S, T

Решение: Рсм. $\triangle NST$
 $NS = NT$ (радиус окружности с центром N), $\triangle NST$ - равнобедр.
 $NO \perp ST$, NO - середин. перпендикуляр к ST
 Рсм. $\triangle MST$: $MS = MT$ (радиус окружности с центром в точке M), $\triangle MST$ - равнобедр.; MO - серединный перпендикуляр.
 MO и NO совпадают, т.к. перпендикуляры к одной прямой и проходят через одну точку; $MN \perp ST$, ч.т.а.

Также неаккуратно записанное, но в целом верное доказательство.

Следующее решение достаточно краткое, но в нем отсутствует указание на единственность серединного перпендикуляра, а в следующем решении фактически доказательства нет — присутствуют только отдельные факты, по сути не связанные с тем, что необходимо доказать.

25.

Дано:
 $(M; R)$ - окр-сть
 $(N; R)$ - окр-сть

До-во: $MN \perp ST$

Доказ-во:

1. Проведем радиусы NS и NT
2. $NS = NT = R \Rightarrow$ точка N равноудалена от прямой ST
3. Проведем радиусы MS и MT
4. $MS = MT = R \Rightarrow$ точка M равноудалена от прямой ST
5. Т.к. M и N лежат на прямой MN и равноудалены от ST , то MN - серединный перпендикуляр.
6. По св-ву серединного перпендикуляра $MN \perp ST$ ■

25.

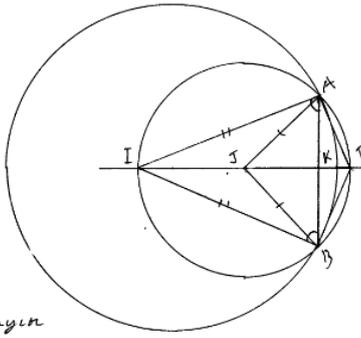
Дано: Окружности с центрами в точках P и Q пересекаются в точках K и L , PQ лежит по одну сторону от прямой KL .

Доказать: $PQ \perp KL$

Доказательство: Рассмотрим $\triangle PKL$ и проведем медиану PM .
 В $\triangle PKL$ $PK = PL$ как радиусы $\Rightarrow \triangle PKL$ равнобедренный с основанием $KL \Rightarrow$ медиана PM является высотой и биссектрисой.

В приведенном далее решении нет доказательства принадлежности точки J отрезку IK , а в следующем решении указание на этот факт есть, а доказательства нет.

25.



IA = IB - радиусы

 $\angle IAB = \angle IBA$ - равнобед. треугольн.

~~Отсюда $\angle AKI \neq 90^\circ$, $\angle AKI = \alpha$, тогда $\angle BKI =$~~
 $\Delta IJA = \Delta IJB$ - третий признак (JJ-бисект.), отсюда $\angle JIA = \angle JIB$, отсюда $\Delta IAK = \Delta IBK$ (второй признак); отсюда IK - биссектриса $\angle AIB$, а биссектриса в равнобедренном треугольнике - высота, отсюда $IK \perp AB$

25.



Проведем радиусы PL и PK, $\angle Q$ и QK и отрезок PM.
 Рас-им ΔPQL и $\Delta P QK$. Знач: $PL = PK$ и $\angle Q = \angle QK$, как радиусы; PQ - общая сторона. $\Rightarrow \Delta PQL = \Delta P QK$ по 3 сторонам. Из равенства треугольников следует, что $\angle KPQ = \angle LPQ \Rightarrow PM$ - биссектриса угла P. Рас-им ΔLPK . Он равнобедренный, и.к. $PL = PK$. Т.к. в равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная из вершины, перпендикулярна основанию, является высотой, то PM - высота. Т.к. PQ лежит на высоте PM, то PQ и KL перпендикулярны.

Таким образом, можно сделать вывод, что школьники владеют отдельными теоретическими фактами, но интуитивно понятные факты не доказывают, считая их очевидными, а также не умеют математически грамотно и ясно записывать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Самым сложным в работе 2019 года, как и в предыдущие годы, было задание 26. Средний процент его выполнения близок к 0%, даже среди выпускников 9 классов, получивших оценку «5», получили баллы за это задание лишь 1% обучающихся. В этом году задание имело вид:

26

На стороне BC остроугольного треугольника ABC как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M, $AD = 90$, $MD = 69$, H — точка пересечения высот треугольника ABC. Найдите AH.

и решалось с использованием подобия треугольников.

Приведем решение этого задания выпускником:

Дано: $AD = 9$; $MD = 3$; $\triangle ABC$; $AD \perp BC$; $BP \perp AC$

Найти: AH

Решение: Построим описанную окружность

$\triangle AHP \sim \triangle ADC$ - по двум углам: $\angle HAP$ - общий, $\angle APH = \angle ADC = 90^\circ$

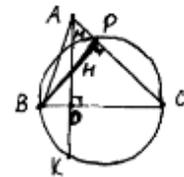
$$\frac{AH}{AC} = \frac{AP}{AD} \Rightarrow AH = \frac{AC \cdot AP}{AD} \quad ; \quad AP \cdot AC = AM \cdot AK - \text{ по св-ву секущих}$$

$AK = AM + 2MD$, т.к. $MD = DK$, так как хорда, пересеченная диаметром под прямым углом, делится пополам.

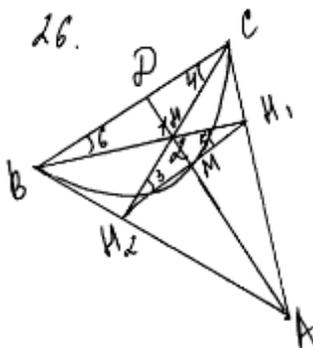
$$AM = AD - MD = 9 - 3 = 6$$

$$AH = \frac{AM(AM + 2MD)}{AD} = \frac{6(6 + 2 \cdot 3)}{9} = 8$$

Ответ: $AH = 8$



Большинство обучающихся, приступавших к решению задания 26, либо неправильно понимали условие:



Дано: $\triangle ABC$ - остроугольный

$$AD = 16, MD = 4$$

H - точка пересечения высот $\triangle ABC$.

Найти: AH .

Решение:

$\triangle BCH$ и $\triangle HH_1H_2$ равны. ($\angle 1 = \angle 2$ как вертикальные; $\angle 3 = \angle 4$ и $\angle 5 = \angle 6$ как смежные углы; $H_2 = HC$ и $BH = HH_1$, т.к. высоты треугольника пересекаются в одной точке.) Следовательно $DH = MH = 4 : 2 = 2$

$$AH = AM + MH$$

$$AM = AD - MD = 16 - 4 = 12$$

$$AH = 12 + 2 = 14.$$

Ответ: 14.

либо использовали неверные методы решения:

26.

Дано: $\triangle ABC$ - остроугольный, полуокружность с диаметром BC , k -ая пересекает $AD = T, M$, AD - высота, CK - высота, BP - высота, T, H - пересечение высот $\triangle ABC$, $AD = 9$, $MD = 6$

Найти: AN

Решение:

BC - диаметр, $CD \perp AM \Rightarrow$

CD - серединный перпендикуляр, проведенный к хорде AM и значит её середине $\Rightarrow DN = DM = 6$

$AD = 9$

$AN = AD - ND = 9 - 6 = 3$

Ответ: 3

Таким образом, задание 26 так и остается недоступным для подавляющего большинства выпускников 9 класса, причем, как правило, в этом задании отсутствовала оценка в 1 балл, т.е. если обучающийся выполняет это задание, то приводит достаточно полное и математически верное решение и не допускает вычислительных ошибок.

2.4. Меры методической поддержки изучения учебного предмета в 2018-2019 учебном году на региональном уровне

Таблица 18

№	Дата	Мероприятие (указать тему и организацию, проводившую мероприятие)
1.	29-30 октября 2018 г.	Всероссийская конференция «Актуальные проблемы преподавания предметов естественно-математического образования» (ГАУДПО ЛО «Институт развития образования»)
2.	12 февраля – 30 ноября 2018 г.	Региональный конкурс методических разработок «Учим учиться» (ГАУДПО ЛО «Институт развития образования», кафедра естественнонаучного и математического образования)
3.	7 ноября 2018 г.	Семинар-практикум для учителей математики «ОГЭ по математике. Итоги ОГЭ 2018. Проблемы. Перспективы» (ГАУДПО ЛО «Институт развития образования», кафедра естественнонаучного и математического образования)
4.	14 декабря 2018 г.	Единый информационный день «ОГЭ-2019: Знаю! Умею! Действую!» в рамках которого проведен вебинар «Все в твоих руках или как сдать ОГЭ» (департамент образования г. Липецка, ОКУ «Центр мониторинга и оценки качества образования Липецкой области»)
5.	27 апреля 2019 г.	Региональная научно-практическая конференция «Повышение квалификации учителей математики и физики региона» (ЛГПУ, институт естественных, математических и технических наук,

2.5. Выводы

Следующая диаграмма содержит данные о среднем проценте выполнения заданий первой части модуля «Алгебра»:



Как видно из диаграммы, задания 1-3, 5 и 8 имеют процент выполнения свыше 80%, это означает, что такие элементы содержания и умения, как умение выполнять несложные преобразования и вычисления, пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот, описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей, анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках сформированы практически у всех выпускников. Участники ОГЭ, получившие оценки «4» и «5», выполнили эти задания с уровнем свыше 93% и 98% соответственно. Уверенное владение указанными элементами содержания и навыками продемонстрировали и школьники, получившие оценку «3». С заданиями 2, 3 и 5 справились около 50%, получивших оценку «2», а с заданием 8 – 89% обучающихся данной категории. Поэтому говорить о сформированности навыков у данной категории не приходится. Однако, так как оценку «2» до момента пересдачи экзамена получили лишь 2,33% обучающихся, то можно говорить, что указанные элементы содержания и навыки в целом сформированы у всех обучающихся.

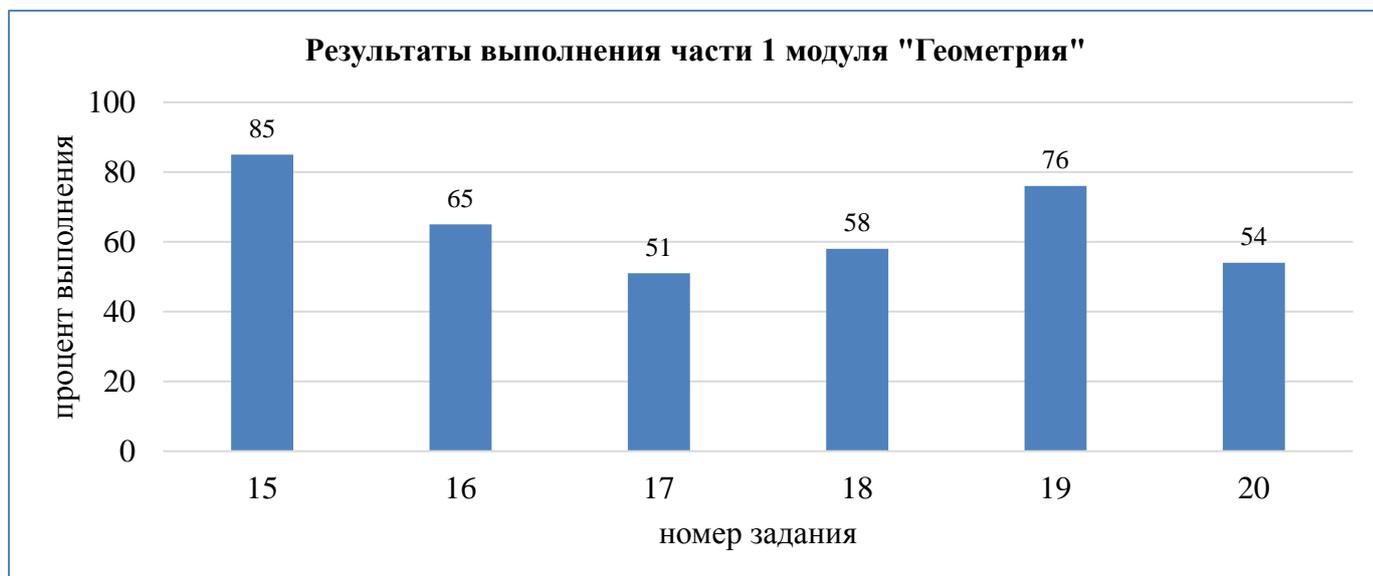
Задания 4, 6, 7, 9, 10, 13 и 14 имеют процент выполнения от 60% до 80%, что означает уверенное владение умениями выполнять вычисления и преобразования, преобразования алгебраических выражений; решать уравнения, неравенства и их системы; решать несложные практические расчетные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов; решать практические задачи, требующие систематиче-

ского перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики; строить и читать графики функций, осуществлять практические расчеты по формулам, составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами. Отметим, что процент выполнения заданий обучающимися, получившими оценку «5» выше 96%, а получившими оценку «4» - выше 90% (за исключением заданий 13 и 14 с процентом выполнения 84% и 86% соответственно). Задания 4, 6, 7, 9, 10 верно выполнили более 50%, получивших на экзамене оценку «3» и от 10% до 25%, получивших оценку «2», с 13 и 14 заданиями эти категории справились хуже - задание 13 выполнили 5% и 40%, а задание 14 – 48% и 27% соответственно. Результаты выполнения этих заданий говорят о достаточно высоком уровне сформированности указанных умений у выпускников 2019 года.

Самыми проблемными оказались задания 11 и 12 первой части модуля «Алгебра» - их выполнило всего 52% и 47% обучающихся соответственно. Они имеют один из самых низких процентов выполнения всеми категориями обучающихся, поэтому, можно сделать вывод, что умения строить и читать графики функций, а также выполнять преобразования алгебраических выражений, имеющих чуть более высокий, но тем не менее базовый уровень сложности, сформированы в целом недостаточно. Только обучающиеся, получившие оценку «5» показали высокий уровень владения теоретическим материалом и практическими навыками решения такого рода заданий.

Анализ выполнения заданий первой части модуля «Алгебра» показывает, что базовые знания и умения сформированы у выпускников, получивших оценку «4» и «5», на достаточно высоком уровне, а уровень остальных категорий полностью соответствует полученным ими оценкам.

Результаты выполнения заданий первой части модуля «Геометрия» представлены на следующей диаграмме:



Все задания выполнены больше чем 50% обучающихся, что означает достаточный уровень сформированности навыков работы с геометрическими объектами. Задание 15, проверяющее умение описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с

нахождением геометрических величин имеет самый высокий процент выполнения – 85%, причем процент выполнения этого задания всеми категориями обучающихся высок, что означает хороший уровень владения теоретическими фактами и практическими навыками в указанных элементах содержания всеми школьниками. Высокий процент выполнения – 76% имеет также задание 19, отвечающее за умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами. Отметим, что указанные умения проверяют также задания 16 – 18, имеющие более низкие процент выполнения. Это связано с различными элементами содержания, проверяемыми заданиями – в заданиях необходимо рассматривать различные геометрические фигуры и свойства, навыки работы с которыми у выпускников различны исходя из результатов выполнения этих заданий. Задание 20 проверяет умение проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения, и носит больше теоретический характер, но при этом проверяет также умение логически мыслить и выявлять математические ошибки, что пока не удается выпускникам. Это задание оказалось самым сложным для выпускников, получивших оценки «4» и «5», однако не самым сложным для получивших «2» и «3», что означает, что хорошисты и отличники невнимательно читали данное задание.

Следовательно, можно считать, что навыки решения задач по геометрии на базовом уровне сложности сформированы у большинства выпускников 9 классов.

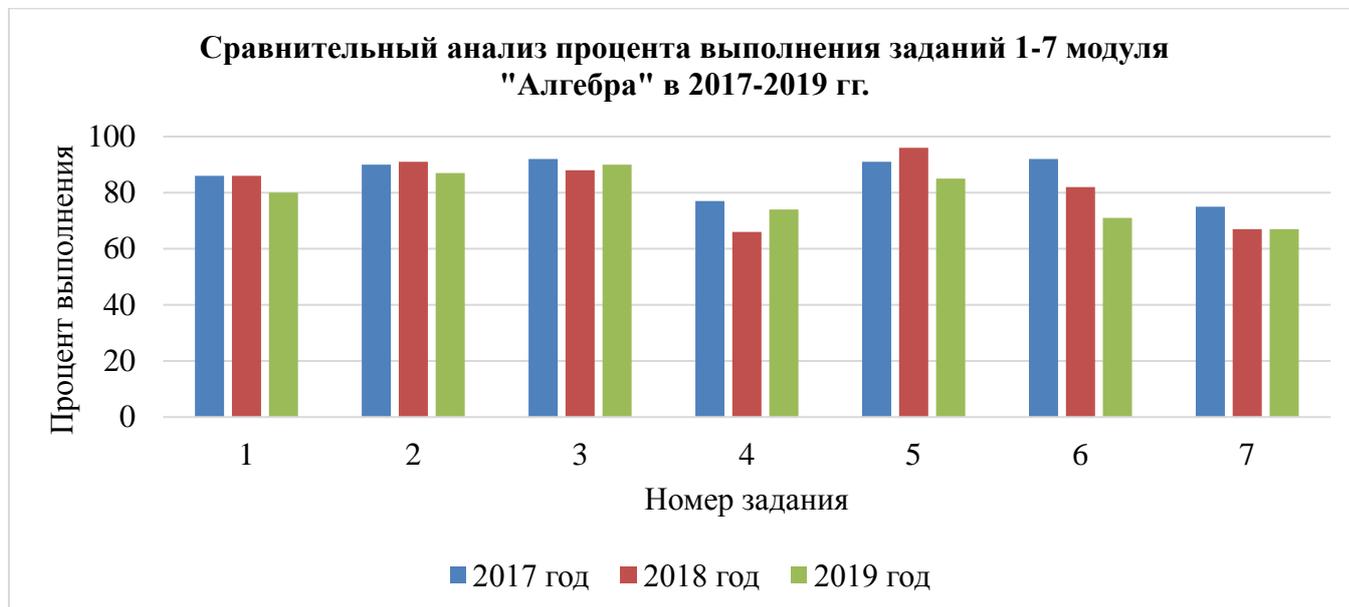
За проверку уметь выполнять преобразования алгебраических выражений, решать уравнения, неравенства и их системы, строить и читать графики функций, выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами, использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, строить и исследовать простейшие математические модели на повышенном и высоком уровнях сложности отвечали задания 21-26, результаты выполнения которых приведены на следующей диаграмме



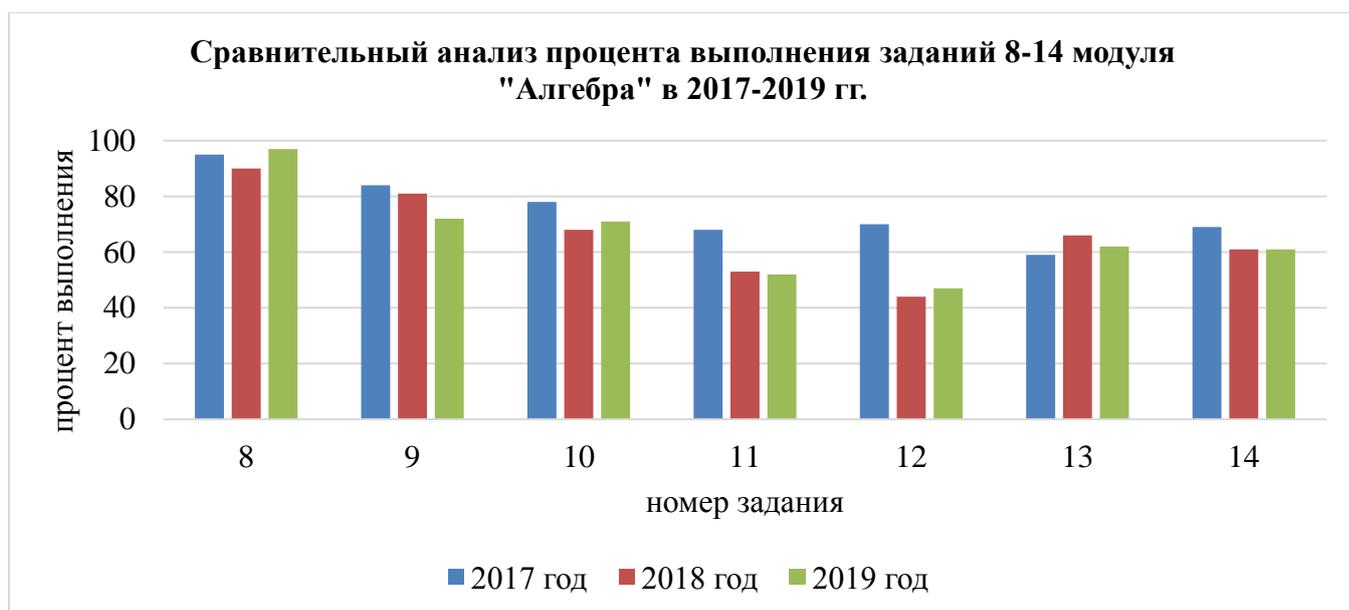
Проведенные анализ свидетельствует от низком уровне сформированности указанных умений у обучающихся, причем проверка работ показывает, что отдельными элементами содержания и умениями решать задачи такого уровня сложности, выпускники, получившие «4» и «5» овладели. Несформированными у подавляющего большинства выпускников остались: уверенное владение формально-оперативным алгебраическим аппаратом; умение решить комплексную

задачу, включающую в себя знания из разных тем курса алгебры и геометрии; умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования; владение широким спектром приёмов и способов рассуждений.

Следующие диаграммы показывают динамику решения заданий первой части ОГЭ по математике выпускниками за последние 3 года:

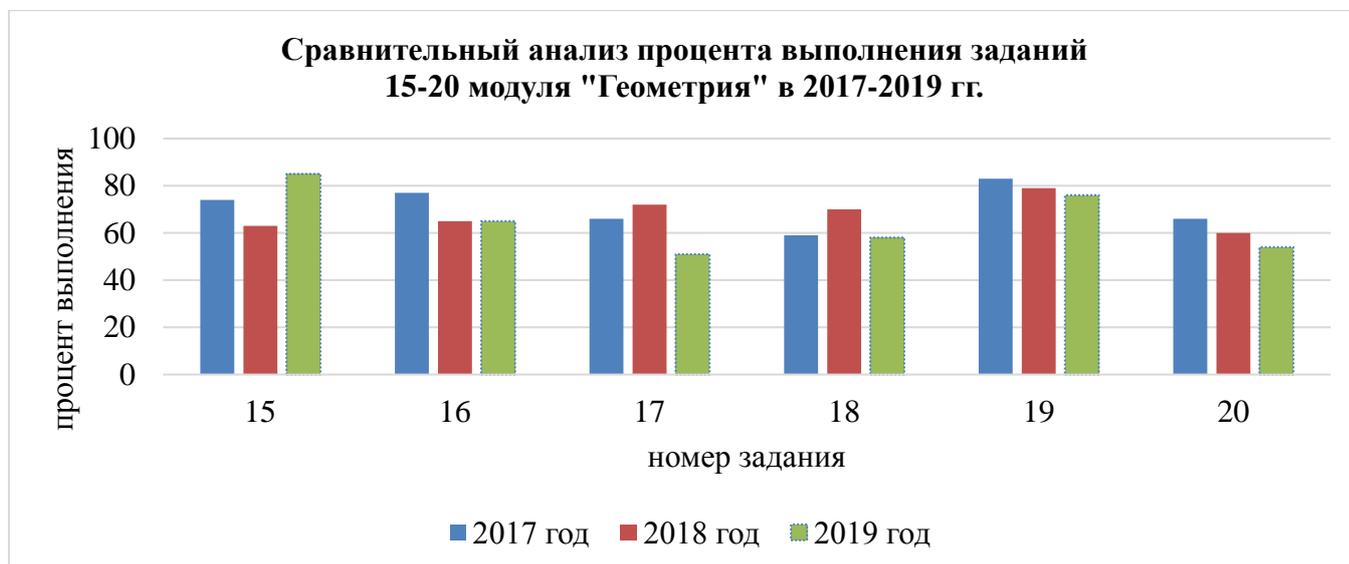


Первые семь заданий обычно самые легкие и выполняются большинством выпускников, поэтому от их процента их выполнения зависит процент обучающихся, получивших оценку «3» (и, конечно, «2»). Колебания в проценте выполнения этих заданий незначительны в течение трех лет, в основном это зависит от формулировки задания, что еще раз доказывает необходимость формирования метапредметных навыков – выпускники не могут решить математическую задачу, не из-за отсутствия предметных навыков, а так как не могут прочесть задание и понять содержательную суть вопроса. То же относится и к изменению процента выполнения заданий 8-14:



Часть заданий выполнена лучше, часть хуже, чем в предыдущие годы. Здесь также возникает проблема формулировки задания, но также добавляется знание конкретных математических фактов и способов решения математических задач.

Геометрические задачи решаются стабильно хуже алгебраических, но имеют процент выполнения от 50% до 85%, что говорит о равномерной подготовке выпускников по геометрии:



Отметим, что эти задания также относятся к базовому уровню освоения материала, поэтому стоит обратить внимание на более тщательную подготовку обучающихся по геометрии. Необходимость этого связана не только с низкой уверенностью учащихся в своих силах на экзамене, но и с тем, что геометрические задачи экзаменационной работы в большинстве своем являются нестандартными, а решить все геометрические задания из Открытого банка заданий под силу не всем выпускникам, кроме того, умение решать геометрические задачи напрямую зависит от уровня развития логического и пространственного мышления, которое у большинства девятиклассников еще недостаточно сформировано.

Анализ первой части экзаменационной работы в 2019 году по сравнению с 2017 и 2018 годами показывает, что большинство выпускников уверенно овладевает базовым уровнем знаний и умений; однако постоянными остаются и основные ошибки, связанные с низким уровнем вычислительных навыков и навыков работы с текстовой и буквенной информацией. Поэтому при подготовке к экзамену имеет смысл обратить внимание на отработку вычислительных навыков и умения применять математические знания в различных практических ситуациях и при решении задач с нестандартной формулировкой.

В целом, результаты выполнения заданий первой части показывают, что выпускники Липецкой области превысили расчетные проценты выполнения заданий, предполагаемые разработчиками КИМов. Наиболее успешно ребята по-прежнему справились с заданиями, в которых требовалось осуществлять какие-либо действия с числами и простейшими алгебраическими выражениями.

Таким образом, общий уровень математической подготовки выпускников основной школы достаточно высокий. В среднем, уровень выполнения заданий первой части чуть ниже, чем в 2018 году – в работе пять заданий первой части, с которыми справились менее 60 % ребят, 3 задания выполнили от 60 до 69%, 6 задания – от 70 до 80%, все остальные задания решили более

80% обучающихся. Однако можно заметить, что, по-прежнему, лучше всего решаются задания алгоритмического характера, а самыми сложными оказываются задания, требующие анализа новой ситуации, причем эта тенденция прослеживается в обоих модулях.

На следующей диаграмме приведен сравнительный анализ выполнения заданий второй части за последние три года:



Анализ показывает, что проблемной зоной решения второй части заданий является, помимо математической подготовки, неумение связно и логично излагать свое решение, доказывать и обосновывать его основные шаги. Одной из причин неудач выпускников в решении задач повышенного и высокого уровня сложности по-прежнему остается неумение осмысленно прочесть условие задания и вникнуть в его содержание. Кроме того, задания 21 и 25 требовали особенно внимательного подхода к логике записи решения и доказательства соответственно, а также высокого уровня математической грамотности. Практически неизменный и низкий по сравнению с прогнозируемым процент выполнения заданий 23, 24 и 26 свидетельствует о том, что в школе этим заданиям уделяется мало внимания, поэтому в работах проявляется низкий уровень графической и геометрической культуры, недостаточное владение математическим аппаратом. Процент выполнения задания 22 в 2019 году самый высокий за последние три года, хотя по уровню сложности это задание немногим сложнее заданий первой части, однако неуверенное владение методами решения задач на процентное соотношение, неумение анализировать и проверять адекватность построенной модели привели к тому, что большинство выполнявших это задание допустили грубые математические ошибки и не получили баллы за свое решение.

Таким образом, анализ результатов выполнения заданий ГИА 2019 года по математике обучающимися Липецкой области показывает:

1. Используемые на экзамене КИМы в целом соответствуют целям и задачам проведения экзамена, позволяют дифференцировать выпускников 9 классов с различным уровнем подготовки по основным разделам курса математики на базовом и повышенном уровнях.

2. Минимальное количество баллов, необходимых для подтверждения освоения предмета на момент проведения основного экзамена (до завершающего переписывания работ с оценкой «2»), набрали 97,67% экзаменуемых. Однако за выполнение второй части работы принимались лишь 50% от количества всех писавших работу.

3. Отличную оценку, позволяющую продолжить обучение в профильных классах с углубленным изучением математики, получили 12,32% ребят, что оказалось выше уровня 2018 года

(11,99%). Однако высокий процент выполнения простейших заданий (по сравнению с другими заданиями) показывает, что учителя заинтересованы, прежде всего, в том, чтобы все ученики преодолели порог и слабые ученики нацелены не на освоение предмета, а на прохождение ГИА.

4. Достаточно высокий уровень владения материалом продемонстрировали 57,42% выпускников (получили оценку «4» и «5»), что выше соответствующего показателя 2018 года - 56,61%. Следовательно, основные элементы содержания и умения сформированы у выпускников 2019 года на достаточно высоком уровне.

5. Основные проблемы, возникающие при написании выпускниками экзаменационной работы не изменились и отражают также несформированность метапредметных навыков, наряду с умениями и навыками математических действий:

- неумение понять суть вопроса, содержание задания, приводящее к построению неверного хода решения;

- недостаточно развитые умения смыслового чтения, не позволяющие построить адекватную математическую модель по условию задания;

- несформированность вычислительных навыков;

- неспособность грамотно сформулировать решение в письменном виде, небрежное оформление письменного решения задачи;

- недостаточные геометрические знания, слабая графическая культура;

- неумение проводить анализ условия задания при решении практических и ситуационных задач, неумение применять известный алгоритм в нестандартной ситуации;

- недостаточно развитые аналитические навыки.

2.6. РЕКОМЕНДАЦИИ

Анализ результатов экзамена позволяет дать учителям математики следующие рекомендации:

1. Рабочая программа должна не только эффективно использовать учебное время при изучении текущего материала, организации повторения и подготовки выпускников к итоговой аттестации, но и составлять часть целостной системы, позволяющей учитывать освоение проблемных тем в каждом классе, а также ликвидировать пробелы в знаниях и умениях учащихся.

2. Необходимо достаточно часто проводить диагностические работы, направленные на выявление уровня подготовки обучающихся по отдельным темам, что позволит спланировать индивидуальную и групповую работу обучающихся.

3. При изучении нового материала и его отработке необходимо сочетать различные методы обучения: традиционные и интерактивные, направленные на организацию самостоятельной работы каждого ученика, что также позволит устранить пробелы в знаниях и умениях, и поможет проводить подготовку к аттестации дифференцированно для слабых и сильных учеников.

4. Особое внимание следует уделять формированию навыков самоконтроля и самопроверки выполненных заданий.

5. Необходимо повышать уровень вычислительных навыков, развивать умение пользоваться справочными материалами, читать условие и вопрос задачи, записывать математически верно решение задачи, применять знания в нестандартных ситуациях.

6. Со слабо успевающими обучающимися необходимо выделить круг доступных ему заданий, помочь освоить основные математические факты, позволяющие их решать и сформировать уверенные навыки их решения. Для «средних» учеников необходимо использовать методику, при которой они смогут перейти от теоретических знаний к практическим навыкам, от

решения стандартных алгоритмических задач к решению задач похожего содержания, но иной формулировки и применению уже отработанных навыков в новой ситуации. Для сильных учеников требуется создание условия для продвижения: дифференцированные по уровню сложности задания, возможность саморазвития, помощь в решении заданий второй части.

7. «Нарешивание» заданий Открытого банка ОГЭ необходимо для формирования устойчивых навыков решения, но его нужно сочетать с фундаментальной подготовкой, позволяющей сформировать у учащихся общие учебные действия, способствующие более эффективному усвоению изучаемых вопросов, а также дифференциации обучающихся по уровню подготовки. Учителю следует ставить перед каждым учащимся ту цель, которую он может реализовать в соответствии с уровнем его подготовки, при этом опираясь на самооценку и устремления каждого учащегося.

8. Наряду с более тщательным изучением тем «Уравнения, неравенства и их системы» (более сложные виды), «Решение текстовых задач», «Решение планиметрических задач, содержащих комбинацию фигур», «Решение задач на доказательство» (причем как по геометрии, так и по алгебре) необходимо уделять внимание и остальным темам с тем, чтобы поддерживать и повышать достигнутый уровень их освоения.

9. Для успешного выполнения заданий второй части необходимо овладение отдельными элементами знаний и умений переводить на овладение навыками решения комплексных, многошаговых заданий.

10. Для обеспечения уровня учителей, способных научить решать задания второй части (и наиболее сложные задания первой части), необходимо регулярно проводить методические семинары, как это делается сейчас на методических объединениях учителей школ города и области, а также курсы и вебинары, позволяющие охватить как можно большее количество учителей, преподающих математику в 9 классах.

11. В процессе подготовки к ОГЭ должны участвовать все стороны: обучающийся, школа и родители, поэтому необходимо своевременно знакомить родителей с нормативными документами по подготовке к экзаменам, информировать их о процедуре итоговой аттестации, особенностях подготовки к тестовой форме сдачи экзаменов, о всевозможных методических рекомендациях и ресурсах, о результатах пробных испытаний и текущей успеваемости.

12. Необходимо использовать имеющиеся в достаточном количестве дополнительные материалы, уделять внимание различным способам решения задач, их сопоставлению и выбору лучшего; учителя должны учить использовать логические цепочки не только при доказательстве, но и при решении задач, стараться достичь осознанности знаний учащихся, сформированности умения применять полученные знания в практической деятельности, умения анализировать, сопоставлять, делать выводы в нестандартных ситуациях.

Таким образом, необходимым условием успешной подготовки обучающихся к сдаче ГИА является освоение учителем материалов, публикуемых ФИПИ: демонстрационного варианта, кодификатора элементов содержания и кодификатора требований к уровню подготовки, спецификации КИМ по математике, учебно-методических материалов для председателей и членов региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ОГЭ и, конечно, изучение заданий открытого банка, их систематизация, выделение основных способов решения различных классов заданий. Также необходимо изучить разнообразные методические пособия, учебно-тренировочные материалы, представленные на сайтах и различными издательствами. Для успешного выполнения заданий второй части КИМ необходим особый подход в работе с наиболее подготовленными учащимися. В целом, для

успешного прохождения ГИА необходима дифференцированная работа с учащимися класса и на уроке, и при составлении домашних заданий и заданий, предлагающихся обучающимся на контрольных, проверочных, диагностических работах. Необходимо обратить серьезное внимание на решение прикладных и ситуационных задач, а также на формирование уверенных вычислительных навыков.

СОСТАВИТЕЛИ ОТЧЕТА:

Областное казённое учреждение «Центр мониторинга и оценки качества образования Липецкой области»

Ответственный специалист, выполнявший анализ результатов ОГЭ по предмету	<i>Фролова Елена Валерьевна,</i> <i>доцент ЛГПУ имени П.П. Семёнова-Тян-Шанского, к.ф-м.н.</i>	<i>Председатель предметной комиссии ОГЭ по математике</i>
--	--	---